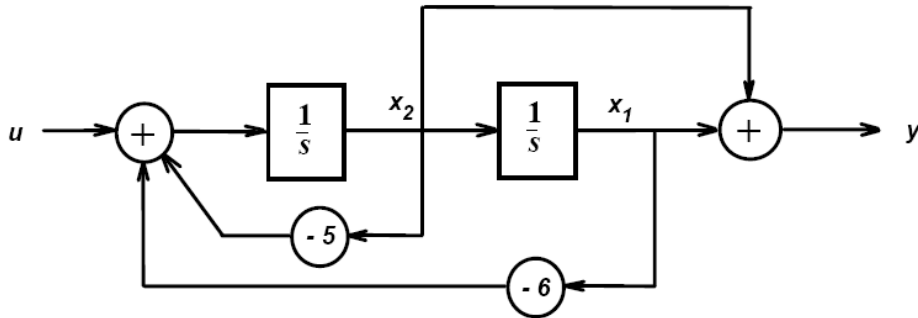


ГРАФОВИ ТОКА СИГНАЛА

Одређивање целокупног описа (у овом случају преносне функције) система корак по корак изменама у његовом блок-дијаграму који приказује како се сигнал преноси од улаза до излаза кроз различите подсистеме је тополошка или графичка техника. Блок-дијаграми и дијаграми аналогних модела су посебни случајеви теорије графова тока сигнала, која се убрзано развија од 1953. године. На графу тока сигнала се дијаграми система представљају упрошћено без блокова и сабирача. Сваки блок се једноставно замени орјентисаном граном, где стрелица указује на смер преношења сигнала, док се операција коју извршава блок пише изнад стрелице.

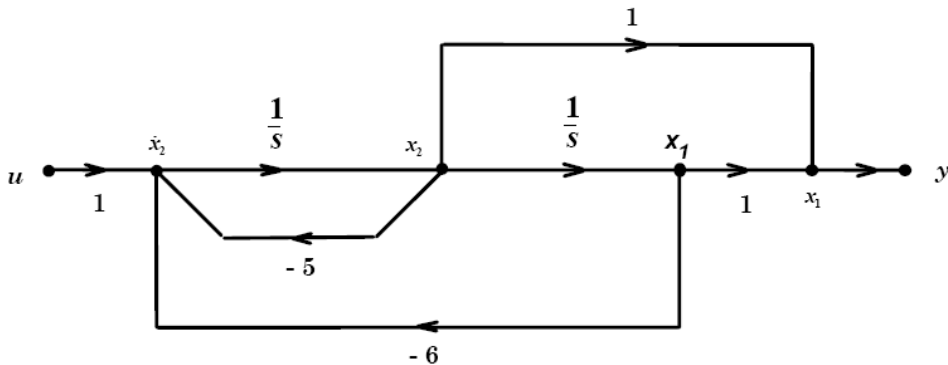
Пример 2: Наћи преносну функцију система (F, G, H) из примера 7 у поглављу 6-4 чији је блок-дијаграм приказан на слици:



Слика 6-22 Блок дијаграм система (F, G, H) у управљивој каноничкој форми

Пример 4: Нацртати граф тока сигнала система чији је блок-дијаграм приказан на слици 6-22.

Према уведеним дефиницијама, граф тока сигнала је



Слика 6-26 Граф тока сигнала система (F, G, H) из примера 2.

Приметимо да смо чворовима придружили променљиве тако да је за чвор који одговара \dot{x}_2

$$\dot{x}_2 = -6x_1 - 5x_2 + 1 \cdot u$$

као збир сигнала из чворова x_1, x_2 и u , а на које су деловала одговарајућа појачања грана -6, -5 и 1. ○

Уочимо да грана почиње и завршава се у чвору, а да стрелице представљају једносмерно преношење сигнала од почетног чвора кроз назначено деловање (које се назива појачање гране) до завршног чвора. У сваки чвор могу да улазе или излазе више грана. Сигнал у чвору одређен је збиром сигнала свих грана који улазе у њај чвор. Према овом договору могу да се испусте сабирачи из графова тока сигнала.

Путања је скуп сукцесивно повезаних и у истом смеру орјентисаних грана. Директна путања између два чвора је путања дуж које се сваки чвор јавља само по једанпут. Затворена путања (петља) је путања која полази и завршава се у истом чвору и да се било који други чвор појављује само једанпут.

Појачање путање је производ појачања свих грана која сачињавају ту путању, а појачање петље (затворене путање) је производ појачања свих грана које сачињавају ту затворену путању. Везу између било која два чвора на графу, односно преносну функцију, даје Мејсоново правило (Mason):

Мејсоново правило (Mason): Укупно појачање од улаза u до излаза y је

$$G(s) = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^N G_k \Delta_k$$

где је Δ детерминанта графа (карактеристична функција графа)

$$\Delta = 1 - (-1)^{k+1} \sum_k \sum_j G_{jk} = 1 - \sum_j G_{j1} + \sum_j G_{j2} - \sum_j G_{j3} + \dots$$

при чему је

$\sum_j G_{j1}$ збир појачања свих затворених путања графа,

$\sum_j G_{j2}$ збир производа појачања свих могућих комбинација од по две затворене путање које се међусобно не додирују,

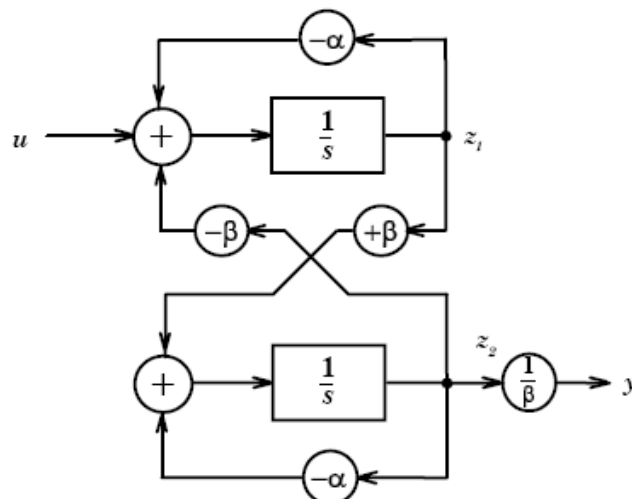
$\sum_j G_{j3}$ збир производа појачања свих могућих комбинација од по три затворене путање које се међусобно не додирују,
... итд.

G_k је појачање k -те директне путање од улазног до излазног чвора, а N је број директних путања.

Δ_k се добија као и Δ али само за део графа који не додирује k -ту директну путању.

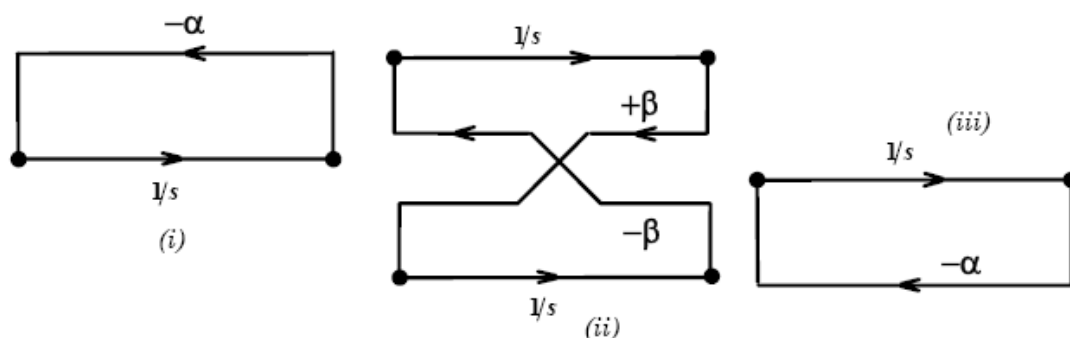
Кажемо да се две петље (затворене путање) не додирују ако немају заједнички чвор.

Пример 5: Одредити преносну функцију система приказаног на слици:



Слика 6-27

Систем има три затворене путање, приказане на слици



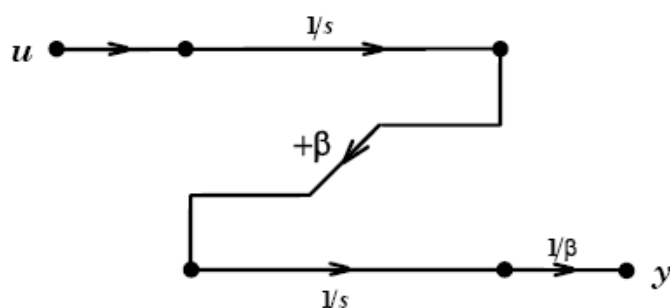
Слика 6-28 (а)

са појачањима $-\frac{\alpha}{s}$, $-\frac{\beta^2}{s^2}$ и $\frac{\alpha}{s}$. Постоје само две петље које се не додирују ((i) и (iii)), те је

$$\Delta = 1 - \left(-\frac{\alpha}{s} - \frac{\beta^2}{s^2} - \frac{\alpha}{s} \right) + \left[\left(-\frac{\alpha}{s} \right) \left(-\frac{\alpha}{s} \right) \right] - 0 + \dots$$

$$= \frac{s^2 + 2\alpha s + \beta^2 + \alpha^2}{s^2}$$

Постоји само један директан пут од u до y , приказан на слици 6-28 са појачањем $\left(\frac{1}{s}\right)(\beta)\left(\frac{1}{s}\right)\left(\frac{1}{\beta}\right)$, те је $N = 1$ и $G_1(s) = \frac{1}{s^2}$.



Слика 6-28 (б)

Ако избришемо затворене путање које не додирују тај директан пут, не преостаје ни једна затворена путања те је

$$\Delta_1 = 1 - 0 + 0 + \dots = 1$$

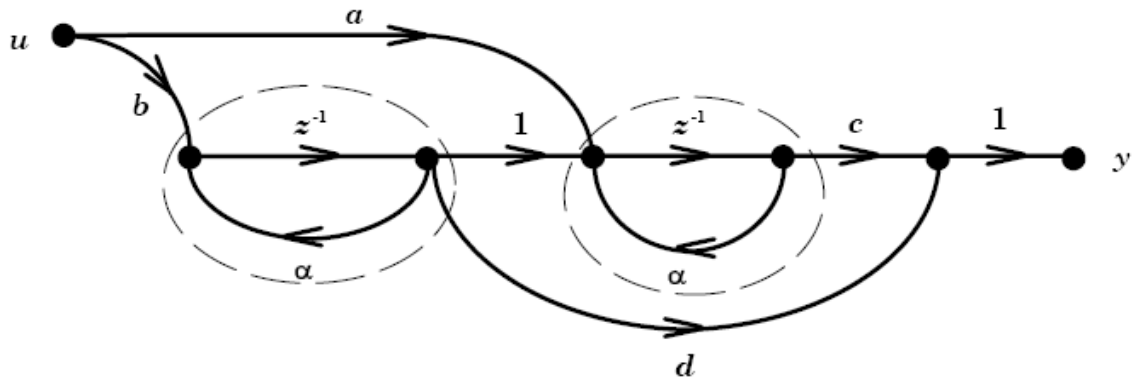
Сада је преносна функција, према Мејсоновом правилу

$$G(s) = \frac{1}{\Delta} G_1(s) \Delta_1 = \frac{s^2}{s^2 + 2\alpha s + \beta^2 + \alpha^2} \frac{1}{s^2} 1 = \frac{1}{(s + \alpha)^2 + \beta^2}$$

○

Подсетимо се да нам \mathcal{Z} -трансформација дозвољава прелаз из временског домена у z -домен и обратно, те се могу користити сва правила алгебре блок-дијаграма и графова тока сигнала временски дискретних система, исто као и код временски непрекидних система.

Пример 6: Наћи преносну функцију временски дискретног система чији је граф тока сигнала приказан на слици



Слика 6-29(а) Дијаграм тока сигнала временски дискретног система

Сада се преносна функција $G(z)$ од улаза до излаза система непосредно добија као

$$G(z) = \frac{z(ac + bd) + bc - \alpha(ac + bd)}{(z - \alpha)^2}$$

Приметимо да за $b = 0$, што одговара губљењу управљивости, долази до скраћивања у бројиоца и имениоцу преносне функције. Слично, при губљењу осматривости, што одговара $c = 0$ долази до скраћивања у бројиоцу и имениоцу преносне функције. \bigcirc