

V група

1. Грађевинско предузеће је изградило три пословне зграде. Менаџмент предузећа је одлучило да организује састанак на коме ће изложити понуду сталним клијентима. Клијентима ће бити предложене следеће могућности: М1 – да откупе цео спрат I зграде; М2 – да купе цео спрат II зграде; М3 – да купе пола спрата I зграде и цео спрат III зграде и М4 – да купе пола спрата II зграде и цео спрат III зграде. Понуда М1 кошта 1200 н.ј., понуда М2 кошта такође 1200 н.ј. Трећа зграда је површински мања од прве две и ближа је другој него првој згради, тако да понуда М3 кошта 900 н.ј., а понуда М4 кошта 1000 н.ј.

Прва зграда има 8 спратова, друга зграда 7 спратова, а трећа зграда има 6 спратова. Да би повратило уложени капитал предузеће жели укупно да прода тачно 11 понуда. Предузеће не жели обавезно да прода све спратове у I и II згради а III зграду планира да прода целу.

Потребно је одредити колико понуда типа М1, М2, М3 и М4 грађевинско предузеће треба да припреми за састанак са клијентима да би укупна зарада била максимална.

а) Дефинисати променљиве.

(2 поена)

б) Формирати математички модел.

(7 поена)

Реалан систем	Математички модел
<p>а) Управљачке одлуке:</p> <p>Број понуда типа М1 (цео спрат I зграде)</p> <p>Број понуда типа М2 (цео спрат II зграде)</p> <p>Број понуда типа М3 (пола спрата I зграде и цео спрат III зграде)</p> <p>Број понуда типа М4 (пола спрата II зграде и цео спрат III зграде)</p>	<p>x_1</p> <p>x_2</p> <p>x_3</p> <p>x_4</p>
<p>б)</p> <p><u>Критеријум управљања:</u> Укупна зарада грађевинског предузећа</p> <p><u>Циљ:</u> максимизирати</p> <p><u>Ограничавајући фактори:</u></p> <p>Број спратова I зграде</p> <p>Број спратова II зграде</p> <p>Број спратова III зграде</p> <p>Укупан број понуда</p> <p>Природна ограничења</p>	<p>$(\max) f(x) = 1200x_1 + 1200x_2 + 900x_3 + 1000x_4$</p> <p>п.о.</p> <p>$x_1 + \frac{1}{2}x_3 \leq 8$</p> <p>$x_2 + \frac{1}{2}x_4 \leq 7$</p> <p>$x_3 + x_4 = 6$</p> <p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11$</p> <p>$x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}$</p>

2. а) Применом Симплекс методе одредити оптимално решење датог модела (препоручује се примена проширеног критеријума). (10 поена)

$$(\min) f(x) = 40x_1 + 30x_2 + 80x_3$$

п.о.

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 250$$

$$x_1 + x_2 = 200$$

$$x_1 + 2x_3 \leq 200$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$(\min) f(x) = 40x_1 + 30x_2 + 80x_3 + 0(s_1 + s_3) + M(v_1 + v_2)$$

п.о.

$$2x_1 + x_2 + x_3 - s_1 + v_1 = 250$$

$$x_1 + x_2 + v_2 = 200$$

$$x_1 + 2x_3 + s_2 = 200$$

$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2 \geq 0$$

Оптимално решење се, ако се користи проширени критеријум, добија у другој итерацији.

T2

			40	30	80	0	0	M	M						
c	База	КСЧ	x_1	x_2	x_3	s_1	s_3	v_1	v_2						
40	x_1	50	1	0	1	-1	0	1	-1						
30	x_2	150	0	1	-1	1	0	-1	2						
0	s_3	150	0	0	1	1	1	-1	1						
-6500			0	0	70	10	0	$M-10$	$M-20$						

Оптимално решење: $x_1^* = 50$, $x_2^* = 150$, $x_3^* = 0$, $s_1^* = 0$, $s_3^* = 150$, $F^* = 6500$

б) На основу оптималне симплекс табеле, одредити да ли долази до промене решења ако се коефицијент променљиве x_3 смањи на 40. (1 поен)

Ако се коефицијент у функцији циља променљиве x_3 смањи на 40, јединични прираштај ове променљиве у последњој симплекс табели је: $40 - 40 \cdot 1 - 30 \cdot (-1) - 0 \cdot 1 = 30$. Пошто прираштај ове променљиве остаје позитиван, x_3 не улази у базу.

VI група

1. Декоратер који треба да окречи дечју играоницу се са власником играонице договорио да може да користи црвену, плаву, наранџасту и зелену боју. Он је проценио да му је потребно тачно 120кг боје да би окречио целу играоницу. На својим залихама декоратер има 80 кантица од по 1 килограма црвене и 60 кантица од по 1 килограма плаве боје. Да би направио наранџасту и зелену боју, купио је 70 кантица од по пола килограма жуте боје које планира потпуно да искористи. Наранџасту боју ће правити мешањем једнаких количина црвене и жуте боје а зелену мешањем једнаких количина плаве и жуте боје.

Потребно је одредити колико килограма боја: црвене, плаве, наранџасте и зелене декоратер треба да користи да би његова укупна зарада била максимална. Поред свог рада, декоратер зарађује и на материјалу. Црвеном и плавом бојом ће кречити велике површине, тако да по килограму ових боја зарађује по 24 н.ј. Наранџастом и зеленом бојом ће цртати шаре на зидовима, што му одузима више времена, тако да ће зарада по килограму ових боја бити 18 н.ј. за наранџасту, односно 20 н.ј. за зелену боју.

а) Дефинисати променљиве.

(2 поена)

б) Формирати математички модел максимизације зараде декоратера.

(7 поена)

Реалан систем	Математички модел
<p>а) Управљачке одлуке:</p> <p>Количина (број килограма) црвене боје која ће се употребити за декорацију</p> <p>Количина (број килограма) плаве боје која ће се употребити за декорацију</p> <p>Количина (број килограма) наранџасте боје која ће се употребити за декорацију</p> <p>Количина (број килограма) зелене боје која ће се употребити за декорацију</p>	<p>x_1</p> <p>x_2</p> <p>x_3</p> <p>x_4</p>
<p>б)</p> <p><u>Критеријум управљања:</u> Укупна зарада грађевинског предузећа</p> <p><u>Циљ:</u> максимизирати</p> <p><u>Ограничавајући фактори:</u></p> <p>Количина црвене боје на залихама</p> <p>Количина плаве боје на залихама</p> <p>Количина жуте боје</p> <p>Укупна количина боје за декорацију</p> <p>Природна ограничења</p>	<p>$(\max) f(x) = 24x_1 + 24x_2 + 18x_3 + 20x_4$</p> <p>п.о.</p> <p>$x_1 + \frac{1}{2}x_3 \leq 80$</p> <p>$x_2 + \frac{1}{2}x_4 \leq 60$</p> <p>$x_3 + x_4 = 70$</p> <p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 120$</p> <p>$x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}$</p>

2. а) Применом Симплекс методе одредити оптимално решење датог модела (препоручује се примена проширеног критеријума). (10 поена)

$$(\min) f(x) = 20x_1 + 15x_2 + 40x_3$$

п.о.

$$x_1 + 2x_3 \leq 200$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 250$$

$$x_1 + x_2 = 200$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$(\min) f(x) = 20x_1 + 15x_2 + 40x_3 + 0(s_1 + s_2) + M(v_2 + v_3)$$

п.о.

$$x_1 + 2x_3 + s_1 = 200$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 - s_2 + v_2 = 250$$

$$x_1 + x_2 + v_3 = 200$$

$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2 \geq 0$$

Оптимално решење се, ако се користи проширени критеријум, добија у другој итерацији.

T2

			20	15	40	0	0	M	M						
c	База	КСЧ	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	v_2	v_3						
0	s_1	150	0	0	1	1	1	-1	1						
20	x_1	50	1	0	1	0	-1	1	-1						
15	x_2	150	0	1	-1	0	1	-1	2						
-3250			0	0	35	0	5	$M-5$	$M-10$						

Оптимално решење: $x_1^* = 50$, $x_2^* = 150$, $x_3^* = 0$, $s_1^* = 150$, $s_2^* = 0$, $F^* = 3250$

б) На основу оптималне симплекс табеле, одредити да ли долази до промене решења ако се коефицијент променљиве x_3 смањи на 10. (1 поен)

Ако се коефицијент у функцији циља променљиве x_3 смањи на 10, јединични прираштај ове променљиве у последњој симплекс табели је: $10 - 0 \cdot 1 - 20 \cdot 1 - 15 \cdot (-1) = 5$. Пошто прираштај ове променљиве остаје позитиван, x_3 не улази у базу.

VII група

1. Грађевинско предузеће је изградило три пословне зграде. Менаџмент предузећа је одлучило да организује састанак на коме ће изложити понуду сталним клијентима. Клијентима ће бити предложене следеће могућности: М1 – да откупе цео спрат I зграде; М2 – да купе цео спрат II зграде; М3 – да купе пола спрата I зграде и цео спрат III зграде и М4 – да купе пола спрата II зграде и цео спрат III зграде. Понуда М1 кошта 2500 н.ј., понуда М2 кошта такође 2500 н.ј. Трећа зграда је површински мања од прве две и ближа је другој него првој згради, тако да понуда М3 кошта 1600 н.ј., а понуда М4 кошта 2000 н.ј.

Прва зграда има 6 спратова, друга зграда 7 спратова, а трећа зграда има 5 спратова. Да би повратило уложени капитал предузеће жели укупно да прода тачно 10 понуда. Предузеће не жели обавезно да прода све спратове у I и II згради а III зграду планира да прода целу.

Потребно је одредити колико понуда типа М1, М2, М3 и М4 грађевинско предузеће треба да припреми за састанак са клијентима да би укупна зарада била максимална.

а) Дефинисати променљиве.

(2 поена)

б) Формирати математички модел.

(7 поена)

Реалан систем	Математички модел
<p>а) Управљачке одлуке:</p> <p>Број понуда типа М1 (цео спрат I зграде)</p> <p>Број понуда типа М2 (цео спрат II зграде)</p> <p>Број понуда типа М3 (пола спрата I зграде и цео спрат III зграде)</p> <p>Број понуда типа М4 (пола спрата II зграде и цео спрат III зграде)</p>	<p>x_1</p> <p>x_2</p> <p>x_3</p> <p>x_4</p>
<p>б)</p> <p><u>Критеријум управљања:</u> Укупна зарада грађевинског предузећа</p> <p><u>Циљ:</u> максимизирати</p> <p><u>Ограничавајући фактори:</u></p> <p>Број спратова I зграде</p> <p>Број спратова II зграде</p> <p>Број спратова III зграде</p> <p>Укупан број понуда</p> <p>Природна ограничења</p>	<p>$(\max) f(x) = 2500x_1 + 2500x_2 + 1600x_3 + 2000x_4$</p> <p>п.о.</p> <p>$x_1 + \frac{1}{2}x_3 \leq 6$</p> <p>$x_2 + \frac{1}{2}x_4 \leq 7$</p> <p>$x_3 + x_4 = 5$</p> <p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$</p> <p>$x_j \geq 0, j = \overline{1,4}$</p>

2. а) Применом Симплекс методе одредити оптимално решење датог модела (препоручује се примена проширеног критеријума). (10 поена)

$$(\min) f(x) = 80x_1 + 40x_2 + 30x_3$$

п.о.

$$2x_1 + x_2 \leq 200$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 250$$

$$x_2 + x_3 = 200$$

$$x_1, x_2, x_3, \geq 0$$

$$(\min) f(x) = 80x_1 + 40x_2 + 30x_3 + 0(s_1 + s_2) + M(v_2 + v_3)$$

п.о.

$$2x_1 + x_2 + s_1 = 200$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - s_2 + v_2 = 250$$

$$x_2 + x_3 + v_3 = 200$$

$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2 \geq 0$$

Оптимално решење се, ако се користи проширени критеријум, добија у другој итерацији.

T2

			80	40	30	0	0	M	M						
c	База	КСЧ	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	v_2	v_3						
0	s_1	150	1	0	0	1	1	-1	1						
40	x_2	50	1	1	0	0	-1	1	-1						
30	x_3	150	-1	0	1	0	1	-1	2						
-6500			70	0	0	0	10	$M-10$	$M-20$						

Оптимално решење: $x_1^* = 0$, $x_2^* = 50$, $x_3^* = 150$, $s_1^* = 150$, $s_2^* = 0$, $F^* = 6500$

б) На основу оптималне симплекс табеле, одредити да ли долази до промене решења ако се коефицијент променљиве x_1 смањи на 35. (1 поен)

Ако се коефицијент у функцији циља променљиве x_1 смањи на 35, јединични прираштај ове променљиве у последњој симплекс табели је: $35 - 0 \cdot 1 - 40 \cdot 1 - 30 \cdot (-1) = 25$. Пошто прираштај ове променљиве остаје позитиван, x_1 не улази у базу.

VIII група

1. Декоратер који треба да окречи дечју играоницу се са власником играонице договорио да може да користи црвену, плаву, наранџасту и зелену боју. Он је проценио да му је потребно тачно 250кг боје да би окречио целу играоницу. На својим залихама декоратер има 180 кантица од по 1 килограма црвене и 150 кантица од по 1 килограма плаве боје. Да би направио наранџасту и зелену боју, купио је 120 кантица од по пола килограма жуте боје које планира потпуно да искористи. Наранџасту боју ће правити мешањем једнаких количина црвене и жуте боје а зелену мешањем једнаких количина плаве и жуте боје.

Потребно је одредити колико килограма боја: црвене, плаве, наранџасте и зелене декоратер треба да користи да би његова укупна зарада била максимална. Поред свог рада, декоратер зарађује и на материјалу. Црвеном и плавом бојом ће кречити велике површине, тако да по килограму ових боја зарађује по 1000 н.ј. Наранџастом и зеленом бојом ће цртати шаре на зидовима, што му одузима више времена, тако да ће зарада по килограму ових боја бити 800 н.ј. за наранџасту, односно 700 н.ј. за зелену боју.

а) Дефинисати променљиве.

(2 поена)

б) Формирати математички модел максимизације зараде декоратера.

(7 поена)

Реалан систем	Математички модел
<p>а) Управљачке одлуке:</p> <p>Количина (број килограма) црвене боје која ће се употребити за декорацију</p> <p>Количина (број килограма) плаве боје која ће се употребити за декорацију</p> <p>Количина (број килограма) наранџасте боје која ће се употребити за декорацију</p> <p>Количина (број килограма) зелене боје која ће се употребити за декорацију</p>	<p>x_1</p> <p>x_2</p> <p>x_3</p> <p>x_4</p>
<p>б)</p> <p><u>Критеријум управљања:</u> Укупна зарада грађевинског предузећа</p> <p><u>Циљ:</u> максимизирати</p> <p><u>Ограничавајући фактори:</u></p> <p>Количина црвене боје на залихама</p> <p>Количина плаве боје на залихама</p> <p>Количина жуте боје</p> <p>Укупна количина боје за декорацију</p> <p>Природна ограничења</p>	<p>$(\max) f(x) = 1000x_1 + 1000x_2 + 800x_3 + 700x_4$</p> <p>п.о.</p> <p>$x_1 + \frac{1}{2}x_3 \leq 180$</p> <p>$x_2 + \frac{1}{2}x_4 \leq 150$</p> <p>$x_3 + x_4 = 120$</p> <p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 250$</p> <p>$x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}$</p>

2. а) Применом Симплекс методе одредити оптимално решење датог модела (препоручује се примена проширеног критеријума). (10 поена)

$$(\min) f(x) = 40x_1 + 20x_2 + 15x_3$$

п.о.

$$x_2 + x_3 = 200$$

$$2x_1 + x_2 \leq 200$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 250$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$(\min) f(x) = 40x_1 + 20x_2 + 15x_3 + 0(s_2 + s_3) + M(v_1 + v_3)$$

п.о.

$$x_2 + x_3 + v_1 = 200$$

$$2x_1 + x_2 + s_2 = 200$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - s_3 + v_3 = 250$$

$$x_1, x_2, x_3, s_2, s_3 \geq 0$$

Оптимално решење се, ако се користи проширени критеријум, добија у другој итерацији.

T2

			40	20	15	0	0	M	M						
c	База	КСЧ	x_1	x_2	x_3	s_2	s_3	v_1	v_3						
15	x_3	150	-1	0	1	0	1	2	-1						
0	s_2	150	1	0	0	1	1	1	-1						
20	x_2	50	1	1	0	0	-1	-1	1						
-3250			35	0	0	0	5	$M-10$	$M-5$						

Оптимално решење: $x_1^* = 0$, $x_2^* = 50$, $x_3^* = 150$, $s_2^* = 150$, $s_3^* = 0$, $F^* = 3250$

б) На основу оптималне симплекс табеле, одредити да ли долази до промене решења ако се коефицијент променљиве x_1 смањи на 8. (1 поен)

Ако се коефицијент у функцији циља променљиве x_1 смањи на 8, јединични прираштај ове променљиве у последњој симплекс табели је: $8 - 15 \cdot (-1) - 0 \cdot 1 - 20 \cdot 1 = 3$. Пошто прираштај ове променљиве остаје позитиван, x_1 не улази у базу.