

OPERACIONA ISTRAŽIVANJA - SIMPLEX

1. Dve nijanse narandžaste boje prave se mešavinom crvene i žute boje i laka. Jedna kutija prve nijanse dobija se mešanjem 1kg crvene boje, 3kg žute i 1kg laka, a kutija druge nijanse mešanjem po 2kg crvene i žute boje i 1.2kg laka. Odrediti koliko kutija koje nijanse treba napraviti tako da njihova ukupna prodajna cena bude maksimalna. Cena jedne kutije prve nijanse je 7nj., druge 8nj., a na raspolaganju je 6 kg crvene, 10kg žute boje i 4kg laka.

2. Za proizvodnju tri proizvoda A, B i C koriste se dve mašine i jedna sirovina. Kapacitet mašina i vremena obrade na mašinama (u satima), trošci sirovine, cena sirovine i prodajna cena po jedinici proizvoda dati su u tabeli:

	Proizvod A	Proizvod B	Proizvod C	Kapacitet
Mašina M1	3	5	5	550
Mašina M2	5	2	3	425
Sirovina S	3	4	2	
Cena sirovine/jedinici proizvoda	1.4	1.7	0.8	
Prodajna cena/jedinici proizvoda	9	13.5	15	

- a) Potrebno je formulisati matematički model problema u cilju ostvarivanja maksimalne dobiti, ako proizvodne troškove čine cena sirovine i radne snage. Cena radne snage je vezana za mašine i iznosi 0.2 nj po satu rada na mašini M1 i 0.4 nj po satu rada na mašini M2. Dodatni uslov je da se kapacitet mašine M1 u potpunosti iskoristi i da se najmanje utroši 340 jedinica sirovine S. (4 poena)
- b) Odrediti i obrazložiti optimalno rešenje. (15+2 poena)
- Postoptimalnom analizom ispitati da li dolazi do promene u strukturi optimalnog rešenja za slučajeve navedene pod c), d) i e). Ako dolazi do promene navesti koja promenljiva ulazi u bazu, a koja izlazi iz baze.
- c) Ako se dobit po jedinici proizvoda A poveća sa 5 na 7 nj., a dobit po jedinici proizvoda C se poveća sa 12 na 13 nj. (4 poena)
- d) Ako se kapacitet mašine M1 smanji za 50 jedinica i ako je preduzeće u obavezi da utroši bar 400 jedinica sirovine. (4 poena)
- e) Ispitati da li se preduzeću isplati da proizvodi proizvod D čija su vremena obrade na mašinama M1 i M2 po 3 v.j., jedinični utrošak sirovine 2 jedinice, a dobit 7 nj. (4 poena)

3. Pekara proizvodi tri vrste bureka: burek sa sirom od 1kg, burek sa mesom od 1 kg i prazan burek od 2 kg. Sve tri vrste bureka pravi pekar, koji dnevno radi tačno 420 minuta, a burek se zatim peče u peći čiji je dnevni kapacitet 500 minuta. Trajanje (u minutima) pravljenja i pečenja bureka, kao i jedinični troškovi proizvodnje (u dinarima) su dati u tabeli:

	pekar	peć	troškovi
burek sa sirom	4	5	20
burek sa mesom	4	2	20
prazan burek	2	4	23

Potrebno je odrediti koliko bureka i koje vrste treba ispeći za 5 dana, tako da troškovi proizvodnje budu minimalni i da bude ukupno napravljeno bar 1200 kg bureka.

- a) Formulisati matematički model (4 poena)
- b) Odrediti sva optimalna rešenja i objasniti jedno od njih (17 poena)
- c) Odrediti da li dolazi do promene optimalnog rešenja ako je potrebno:
- maksimizirati ukupnu količinu bureka (4 poena)
 - maksimizirati iskorišćenost kapaciteta peći (4 poena)
 - napraviti najmanje 1600 kg bureka (4 poena)

4. Fabrika nameštaja je sklopila ugovor kojim se obavezuje da opremi poslovni prostor površine 250 m² stolovima i stolicama. Fabrika raspolaže sa drvenim stolovima težine 40 kg i cene 90 nj po komadu, plastičnim stolovima težine 30 kg i cene 70 nj po komadu, drvenim i plastičnim stolicama težine 20 i 10 kg i cene 66 i 40 nj po komadu, respektivno. Svaki sto zauzima po 2 m², a svaka stolica po 1 m² prostora. Ugovorom je predviđeno da isporučeni nameštaj treba da bude težak bar 3000 kg. Potrebno je odrediti sa koliko stolova i stolica i koje vrste će fabrika opremiti poslovni prostor da bi njihova ukupna cena bila minimalna, ako se zahteva da broj stolova i stolica bude jednak Površina poslovnog prostora ne mora biti u potpunosti popunjena.

- a) Formirati matematički model (7 poena)
- b) Odrediti sva optimalna rešenja i objasniti jedno od njih (20 poena)
- c) Naći rešenje u kome je jednak broj drvenih i plastičnih stolica (6 poena)

5. Na poljoprivrednom dobru koje je zasađeno jednom vrstom lekovitog bilja, potrebno je upotrebiti specifičnu smešu veštačkog đubriva da bi prinosi bili maksimalni. Da bi bilo efikasno, đubrivo mora da sadrži minimalne količine određenih jedinjenja koje moraju da se pospu po jedinici obradive površine. Smeša se pravi od dve komponente. U sledećoj tabeli dati su: sadržaj pojedinih jedinjenja u svakoj od komponenti i minimalne potrebne količine jedinjenja.

komponente	jedinjenja			
	P	Q	R	S
A	12	10	8	5
B	4	7	11	12
min. kol.	492	685	845	720

Jedinične cene obe komponente su jednake i iznose 90 nj.

- a) Formulisati matematički model minimizacije troškova đubrenja obradive površine. (4 poena)
- b) Formirati dualni zadatak modela pod a). (4 poena)

- c) Rešiti zadatak pod b). (14 poena)
- d) Detaljno objasniti rešenje polaznog problema. (4 poena)
- e) Postoptimalnom analizom rešenja dobijenog pod c) odrediti:
- da li dolazi do promene rešenja i vrednosti funkcije cilja polaznog problema u slučaju da dođe do povećanja cena komponenti i to cena komponente A za 8 nj, a komponente B za 11 nj. (3 poena)
 - rešenje polaznog problema u slučaju da upotrebljena količina jedinjenja P ne sme da pređe 536 jedinica. (4 poena)

6. Jedna ткаčnica proizvodi tri vrste tkanina kao mešavinu pamuka i vune. Jedan metar najtanje tkanine (T1) sadrži 200g pamuka i 100g vune; metar tkanine srednje debljine (T2) sadrži 100g pamuka i 300g vune, a metar najdeblje tkanine (T3) sadrži po 200g pamuka i vune. U skladištu ткаčnice se nalazi 50 kg vune, koja se, zbog neodgovarajućih uslova skladištenja, mora odmah potrošiti i 40 kg pamuka. Troškovi proizvodnje po metru tkanine T1, T2 i T3 iznose 25, 30 i 26 novčanih jedinica, respektivno.

- a) Formulirati matematički model minimizacije ukupnih troškova proizvodnje tkanina, ako se zahteva da se proizvede bar 10 metara više tkanine tipa T1 nego tipa T2. (4 poena)
- b) Formulirati dualni model modela pod a) (3 poena)
- c) Odrediti optimalno rešenje modela pod b), a zatim odrediti i objasniti optimalno rešenje modela pod a) (16 poena)
- d) Da li dolazi do promene optimalnog rešenja ako se zahteva da ukupna dužina tkanina bude maksimalna (3 poena)
- e) Da li dolazi do promene optimalnog rešenja ako je količina vune u skladištu manja za 8 kg (3 poena)
- f) Odrediti optimalno rešenje ako je potrebno da dužina najtanje tkanine bude najmanje onolika kolika je ukupna dužina druge dve tkanine zajedno (4 poena)

7. Jedno preduzeće želi da napravi plan reklamiranja na lokalnoj i nacionalnoj televiziji u narednoj godini. Predviđeno je da se emituju dve vrste reklamnih spotova: spotovi kojima se promoviše preduzeće i spotovi kojima se reklamiraju proizvodi preduzeća. Spotovi namenjeni za promociju preduzeća na lokalnoj i nacionalnoj televiziji traju 2 i 4 minuta, respektivno. Spot namenjen reklamiranju proizvoda na lokalnoj televiziji traje 2 minuta, a na nacionalnoj televiziji 6 minuta. Odlučeno je da se na lokalnoj televiziji emituje najmanje 6 sati i 40 minuta reklama, a na nacionalnoj televiziji tačno 5 sati. Cena emitovanja jednog spota za promovisanje preduzeća na lokalnoj televiziji košta 9 novčanih jedinica, a na nacionalnoj 12 novčanih jedinica, a cena emitovanja spota za reklamiranje proizvoda iznosi 12 novčanih jedinica na lokalnoj, odnosno 8 novčanih jedinica na nacionalnoj televiziji.

- a) Formulirati matematički model minimizacije ukupne cene emitovanja reklamnih spotova, ako je potrebno da ukupan broj emitovanih spotova za reklamiranje proizvoda ukupno bude bar za 10 veći od ukupnog broja emitovanih spotova za promociju preduzeća. (4 poena)
- b) Formulirati dualni model modela pod a) (3 poena)
- c) Odrediti opt. rešenje modela pod b), a zatim odrediti i objasniti optimalno rešenje modela pod a) (16 poena)
- d) Da li dolazi do promene opt. reš. ako se zahteva da ukupan broj emitovanja spotova bude maksimalan (3 poena)
- e) Da li dolazi do promene optimalnog rešenja ako se na nacionalnoj TV obezbedi još 2 sata (3 poena)
- f) Odrediti optimalno rešenje ako je potrebno da na lokalnoj TV broj emitovanih spotova za reklamiranje proizvoda bude dva puta veći od broja emitovanih spotova za promociju preduzeća (4 poena)

8. Za proizvodnju 3 proizvoda koriste se 2 mašine i jedna sirovina. Kapacitet mašina za planski period, vremena obrade na mašinama, utrošci sirovine i troškovi proizvodnje dati su tabelom:

	PROIZVODI			KAPACITETI (h)
	A	B	C	
mašina M ₁ (h)	0	2	1	7000 (=)
mašina M ₂ (h)	1	3	0	7000 (<)
sirovina (kg)	2	1	2	8000 (>)
troškovi (nj)	8	10	8	

Za date podatke u bazi početne SIMPLEX tabelle se nalaze promenljive: v_1 , i_2 i v_3 , a poslednja SIMPLEX tabela ima sledeći izgled:

C			8	10	8	0	0	M	M
c_B	x_B	x_0	x_1	x_2	x_3	i_2	i_3	v_1	v_3
10	x_2	2000	$-\frac{2}{3}$	1	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$
0	i_2	1000	3	0	0	1	-1	-2	1
8	x_3	3000	$\frac{4}{3}$	0	1	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
$F_j - c_j$ M		0	0	0	0	0	0	-1	-1
		44000	-4	0	0	0	-2	4	2

Izvršiti postoptimalnu analizu za slučaj:

- a) da troškovi proizvodnje proizvoda A postanu 5 novčanih jedinica;
- b) da troškovi proizvodnje proizvoda B budu 11 nj., a proizvoda C 7 nj.;
- c) da funkcija cilja bude maksimizacija obima proizvodnje;
- d) da raspoloživ kapacitet mašine M₁ bude 7600 sati;
- e) da je došlo do promene vremena obrade proizvoda A na mašinama M₁ i M₂ i utrošku sirovine, tako da je odgovarajući vektor A₁ sada $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}^T$;
- f) da se uvodi novi proizvod D koji bi se obrađivao 2 sata na mašini M₁, 1 sat na mašini M₂ i za koji bi bilo potrebno 3 jedinice sirovine, a čiji bi troškovi bili po 9 nj. po jedinici proizvoda.