

MATRIČNE IGRE

1. Naći sva moguća rešenja sledeće matrične igre:

1	2	a
2	0	-3
3	0	-1

za $-1 \leq a \leq 4$

2. Data je matrična igra:

3	-2	3	-1
1	0	-1	1
2	a	1	3

gde je $a \leq 2$.

- a) Redukovati matričnu igru; (2 poena)
- b) Odrediti sve vrednosti parametra a za koje je ova matrična igra u domenu čistih strategija; (7 poena)
- c) Odrediti vrednost parametra a za koju prvi igrač ima više optimalnih strategija i za tu vrednost odrediti sve optimalne strategije za oba igrača; (22 poena)
- Odrediti vrednost parametra a za koje je ova matrična igra ravnopravna; (2 poena)

3. Data je matrična igra:

3	-2	3
-1	0	2
1	a	2
2	-3	4

- d) Redukovati matričnu igru i objasniti kako je izvršena redukcija ; (2 poena)
- e) Odrediti sve vrednosti parametra a za koje je ova matrična igra u domenu čistih strategija; (5 poena)
- f) Odrediti vrednost parametra a za koju drugi igrač ima više optimalnih strategija i za tu vrednost odrediti sve optimalne strategije za oba igrača; (13 poena)
- g) Ako je $-0.8 \leq a \leq 0$ odrediti vrednost igre i optimalne strategije za oba igrača; (13 poena)

2. Da bi proizvodni proces normalno funkcionisao neophodno je svakog dana obezbediti 15 tona osnovne sirovine. Proizvodni proces traje 80 dana i na osnovu ponude dobavljača koji je dostavljao ovu sirovinu u prethodnim periodima doneta je odluka da se sa njim sklopi ugovor o snabdevanju.

Dobavljač je ponudio da periodično dostavlja ovu sirovinu, ali da takve redovne isporuke moraju biti u jednakim količinama. U ovom slučaju preduzeće mora da skladišti primljenu sirovinu, a dnevni troškovi skladištenja iznose 2 n.j. po toni.

Kada se skladište potpuno isprazni potrebno je izvršiti njegovo čišćenje i pripremu za prijem nove porudžbine. S obzirom da se proizvodni proces ne sme prekidati dobavljač se obavezao da će između svake dve redovne isporuke izvršiti jednu posebnu (hitnu) isporuku ove sirovine i u tom slučaju ona ne bi bila skladištena nego bi direktno sa transportnog sredstva uzimana u proizvodni proces.

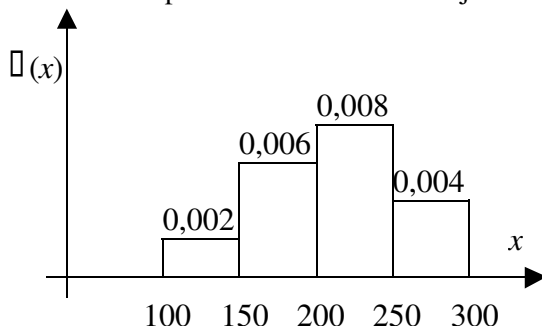
Bez obzira da li je u pitanju redovna ili hitna isporuka fiksni troškovi nabavke jedne porudžbine iznose 1125 n.j., a jedinični troškovi nabavke ove sirovine iznose 4 n.j. Dodatni troškovi za hitne isporuke iznose 6 n.j. po toni dnevno. Da bi se minimizirali ukupni troškovi snabdevanja ovom sirovinom menadžment preduzeća zahteva da se odredi:

- količina sirovine za redovnu porudžbinu, količina sirovine za hitnu porudžbinu, broj porudžbina (ciklusa), vreme u okviru ciklusa u kome će sirovina za proizvodni proces biti uzimana sa skladišta, vreme u kome će sirovina biti obezbeđena hitnim isporukama, i ukupni troškovi snabdevanja; (20 poena)
- iznos troškova skladišta jedne redovne isporuke i dodatnih troškova hitne isporuke; (4 poena)
- količina sirovine za redovnu porudžbinu, količina sirovine za hitnu porudžbinu i ukupni troškovi snabdevanja ako je dogovoreno da se celokupna količina sirovine isporuči kroz 5 redovnih i 5 hitnih isporuka. (9 poena)

3. Preduzeće P_1 se obavezalo da će svakoga dana isporučivati jednom montažnom preduzeću 20 (15) jedinica određenog proizvoda. Ugovor je potpisan za period od 30 dana. Za svako kašnjenje u isporuci preduzeće P_1 je obavezno da plati penale u iznosu od 200 novčanih jedinica po jedinici proizvoda. Fiksni troškovi pripreme jedne proizvodne serije iznose 3000 (4000) n.j., dok su troškovi uskladištenja 40 n.j. po jedinici proizvoda. Celokupna serija se istovremeno unosi u skladište.

- Potrebno je odrediti optimalnu količinu proizvodne serije koja će obezbediti preduzeću P_1 ispunjenje ugovorne obaveze uz minimalne troškove. Pored toga, potrebno je odrediti i:
- optimalni broj ciklusa proizvodnje u razmatranom periodu, optimalni iznos nedostatka proizvoda za koji će biti plaćeni penali, optimalno vreme u kome proizvodnja neće biti zadovoljena i iznos minimalnih mesečnih troškova;
- Rešiti zadatak definisan pod a) uz dodatni uslov da veličina serije iznosi 40 jedinica proizvoda.

4. Pred letnju sezonu prodavac je odlučio da, pored ostalog, prodaje naočare za sunce koje može da nabavi po povoljnoj ceni od $c = 25$ dinara po komadu i da prodaje po $p = 40$ dinara po komadu. Pošto nema pouzdanih statističkih podataka, on je, procenio da će raspodela verovatnoće tražnje biti kao na sledećoj slici:



Sve naočare koje ostanu neprodane u toku sezone, prodavac će dati na rasprodaji po $v = 20$ dinara po komadu. Koliko komada naočara Q treba da napravi prodavac ako želi da maksimizira očekivanu dobit?

MREŽNO

1. U sledećoj tabeli je data lista osnovnih aktivnosti sa njihovim karakteristikama za jedan projekat:

aktivnost	zavisi od	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	C_u	C_n
A	-	4	6	8	140	110
B	-	7	8	9	100	80
C	-	5	5	5	125	125
D	A, B	4	7	10	90	60

E	A	4	4	4	75	75
F	B, C	4	5	12	90	50
G	E	3	5	7	100	70
H	F, D	9	9	9	70	70
I	A, B	7	7	7	80	80

- Konstruisati mrežni dijagram projekta i numeristi ga.
- Odrediti kritičan put za očekivano trajanje aktivnosti.
- Odrediti faktore verovatnoće za sledeće događaje:
 - završetak projekta je u 23 v. j.
 - početak aktivnosti G je u 12 v.j.
 - završetak aktivnosti F je u 14 v.j

formulisati matematički model linearnog programiranja za određivanje minimalnih troškova sa kojima se projekat može završiti za 18 v.j.

2. Za jedan projekat definisani su sledeći podaci:

posmatrana aktivnost	zavisí od	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	C_n	C_u
A	/	3	5	7	140	160
B	/	4	5	6	220	250
C	A	2	4	6	160	200
D	A	3	4	5	160	180
E	B	6	8	16	150	225
F	D	4	6	8	120	130
G	C,B	5	6	7	120	125
H	B,E	6	6	6	150	150
I	D,G	4	7	10	150	200
J	G	2	2	2	130	130

- Nacrtati mrežni dijagram i numerisati ga
- Odrediti trajanje projekta i kritičan put
- Odrediti faktore verovatnoće da će:
 - aktivnost H završiti se u 21vj
 - aktivnost I započeti u 14vj
- Primenom metode PERT/COST odrediti minimalno trajanje projekta ako se raspolaze sa 100nj za skraćivanje trajanja aktivnosti

REDOVI ČEKANJA

1. U jednom domu zdravlja u prepodnevnoj smeni rade dva lekara. Svakom lekaru potrebno je u proseku 10 minuta za pregled jednog pacijenta. Pod pretpostavkom da se prosečno na sat prijavi za pregled 9 pacijenata treba izračunati:

- osnovne parametre modela i verovatnoće postojanog stanja,

- b) verovatnoću da više od 2 pacijenta čeka na pregled,
- c) verovatnoću da pacijent po dolasku ne čeka na pregled,
- d) srednji broj pacijenata u domu zdravlja i srednji broj pacijenata koji čekaju na pregled,
- e) srednje vreme čekanja pacijenata i srednje vreme zadržavanja pacijenata u domu zdravlja.

2. U kancelariji mesne zajednice jedno službeno lice deli bonove za benzin. Brzina dolaska klijenata za bonove je 20 klijenata na sat i odgovara Poisson-ovoj raspodeli. Brzina kojom službeno lice uslužuje klijente podleže eksponencijalnoj raspodeli i takva je da prosečan broj klijenata koji stoje u redu iznosi 20 (pri izračunavanju broja klijenata koji će biti usluženi za sat vremena, rezultat zaokružiti na ceo broj).

- a) Odrediti kako bi se odrazilo na dužinu reda i vreme čekanja u redu uvođenje još jednog službenog lica; (20 poena)
- b) U 15:45 je službeniku ostalo još 12 bonova, a u redu je čekalo još 10 klijenata. S obzirom da se tačno u 16:00 prekida prijem klijenata u red, odrediti verovatnoću da će se pojaviti klijenti koji će ostati bez bonova; (9 poena)
- c) Odrediti verovatnoću da će poslednji klijent biti uslužen za manje od 2 minuta. (4 poena)

3. U samousluzi u kojoj postoji samo jedna kasa prosečno vreme naplaćivanja iznosi 5 minuta. Izračunato je da prosečno vreme čekanja kupaca u redu iznosi 20 minuta.

- a) Odrediti koliko kupaca prosečno čeka pred kasom. (13 poena)
- b) Pošto je vreme čekanja kupaca predugačko, ispitati koliko bi ovo vreme iznosilo ako bi se uvela još jedna kasa, pod uslovom da brzina dolazaka kupaca i prosečno vreme usluživanja po kasi ostanu nepromenjeni. (7 poena)
- c) Kolika je verovatnoća da u intervalu od 10:00 do 10:15 pred kasu dođe između 3 i 5 kupaca. (5 poena)
- d) Tačno u 10:15 jedan kupac je došao pred kasu. Kolika je verovatnoća da će sledeći kupac doći pre 10:20. (4 poena)
- e) Kolika je verovatnoća da će kupac koji je došao na red da bude uslužen u 15:23 završiti sa naplaćivanjem pre 15:30. (4 poena)