

NELINEARNO PROGRAMIRANJE

1. Reklamna agencija je razvila program za zajedničko oglašavanje dva proizvoda. Na osnovu iskustva procenjena je funkcija očekivanog profita $f(x) = -\frac{1}{2}x_1^2 - \frac{1}{2}x_2^2 + x_1x_2 + 3x_2$, gde je x_i ulaganje u oglašavanje proizvoda i ($i=1,2$).

Agencija je odlučila da potroši 3 nj. Potrebno je rasporediti ovaj novac na oglašavanje ova dva proizvoda i odrediti očekivanu dobit od takvog oglašavanja.

2. Preduzeće raspolaže sa 10 kg sirovine S za proizvodnju 3 vrste proizvoda A, B i C. Za proizvodnju jednog komada proizvoda A potrebna su 2 kg sirovine, za proizvodnju proizvoda B 3 kg i za proizvodnju jednog komada proizvoda C 1 kg sirovine S. Troškovi proizvodnje A iznose $x_1^2 - 5$, B $3x_2^2 - 3x_2$, a C $2x_3$.

- Formulisati matematički model proizvodnog programa koji obezbeđuje minimalne ukupne troškove proizvodnje;
- Naći optimalni proizvodni program;

3. Iz 2 skladišta je potrebno transportovati robu u dve prodavnice. Ponude skladišta, potražnja prodavnica i troškovi transporta su dati u tabeli:

$3x_{11}^2 + 20x_{11}$	$2x_{12}^2 + 20x_{12}$	50
$4x_{21}^2 + 10x_{21}$	$x_{22}^2 + 30x_{22}$	40
30	60	

- Formulisati matematički model minimizacije ukupnih troškova transporta;
- Rešiti model pod a) kao zadatak NP i obrazložiti dobijeno rešenje;
- Naveći koji uslovi moraju biti ispunjeni da bi se dokazala optimalnost dobijenog rešenja pod b);

4. Jedno preduzeće je u prethodnih mesec dana proizvodilo proizvode P1, P2, P3 i P4 i prodavalo ih po ceni od 350, 280, 320 i 300 nj respektivno. Na nekoliko mašina, koje dnevno rade po 10 sati, i čiji je kapacitet u potpunosti bio iskorišćen, preduzeće je proizvodilo 85 jedinica proizvoda P1, 60 jedinica P2, 40 jedinica P3 i 75 jedinica proizvoda P4. Potrebno je odrediti asortiman proizvodnje ovog preduzeća za naredni mesec imajući u vidu činjenicu da porastom obima proizvodnje cena proizvoda opada i obrnuto, i da su na početku narednog meseca sa remonta vraćene 3 mašine. Vremena obrade jedne jedinice proizvoda P1, P2, P3 i P4 na mašinama su 9, 5, 4, i 7 sati respektivno. Koeficijenti zavisnosti između jedinične prodajne cene ovih proizvoda i njihove potražnje iznose 0.5, 0.4, 0.2 i 0.5 respektivno.

- Formulisati nelinearni matematički model izbora asortimana proizvodnje sa ciljem da se postigne maksimalna ukupna prodajna cena, ako je potrebno u potpunosti iskoristiti raspoloživi kapacitet mašina; ako je proizvod P4 potrebno proizvesti u istoj količini kao proizvode P2 i P3 zajedno i imajući u vidu da je broj radnih dana u mesecu 25.
- Odrediti optimalni asortiman proizvodnje.
- Odrediti ukupnu prodajnu cenu za optimalni asortiman proizvodnje i prodajnu cenu svakog od proizvoda i obrazložiti promene prodajnih cena u odnosu na prethodnu godinu.
- Formulisati Heseovu blokovsku matricu i navesti uslove koji treba da budu ispunjeni da bi zadatak imao opt. rešenje.

5. Jedno preduzeće je u prethodnoj godini proizvelo 500 jedinica proizvoda P1, 200 jedinica P2, 600 jedinica P3 i 300 jedinica proizvoda P4. Za ovaj obim proizvodnje prodajna cena je bila 10, 30, 25 i 10 n.j. po jedinici ovih proizvoda respektivno. Potrebno je odrediti asortiman proizvodnje ovog preduzeća za narednu godinu imajući u vidu činjenicu da porastom obima proizvodnje cena proizvoda opada i obrnuto. Usko grlo u proizvodnji predstavlja kapacitet mašine M1 koji iznosi za narednu godinu 8475 sati i potrebno ga je u potpunosti iskoristiti. Vreme obrade jedne jedinice proizvoda P1, P2, P3 i P4 na ovoj mašini iznosi 3, 9, 5 i 2 sata respektivno. Koeficijenti zavisnosti između jedinične prodajne cene ovih proizvoda i njihove potražnje iznosi 0.05, 0.1, 0.1 i 0.2 respektivno. Dodatni uslov je da ukupan obim proizvodnje P1 i P2 treba da bude jednak ukupnom obimu proizvodnje P3 i P4.

- Formulisati nelinearni matematički model izbora asortimana proizvodnje sa ciljem da se postigne maskimalna ukupna prodajna cena,
- Odrediti optimalni asortiman proizvodnje,
- Odrediti ukupnu prodajnu cenu za optimalni asortiman proizvodnje i prodajnu cenu svakog od proizvoda i obrazložiti promene prodajnih cena u odnosu na prethodnu godinu,
- Formulisati Heseovu blokovsku matricu i navesti uslove koji treba da budu ispunjeni da bi zadatak imao opt. rešenje.

6. Jedno preduzeće je u prethodnih mesec dana proizvodilo proizvode P1, P2 i P3 i prodavalo ih po ceni od 30, 40 i 25 nj respektivno. Na raspoloživim mašinama preduzeće je proizvodilo 300 jedinica proizvoda P1, 200 jedinica P2 i 120 jedinica proizvoda P3, i sa takvim obimom proizvodnje je ostalo neiskorišćeno 446 sati rada mašina. Potrebno je odrediti asortiman proizvodnje ovog preduzeća za naredni mesec imajući u vidu činjenicu da porastom obima proizvodnje cena proizvoda opada i obrnuto, i da u narednom mesecu treba u potpunosti iskoristiti raspoloživ kapacitet mašina. Vremena obrade jedne jedinice proizvoda P1, P2 i P3 na mašinama su 8, 10 i 5 sati respektivno. Koeficijenti zavisnosti između jedinične prodajne cene ovih proizvoda i njihove potražnje iznose 0.1, 0.2, i 0.25 respektivno.

- Formulisati nelinearni matematički model izbora asortimana proizvodnje sa ciljem da se postigne maksimalna ukupna prodajna cena, ako je potrebno proizvesti najviše 210 jedinica proizvoda P2.
- Odrediti optimalni asortiman proizvodnje.
- Odrediti ukupnu prodajnu cenu za optimalni asortiman proizvodnje i prodajnu cenu svakog od proizvoda i obrazložiti promene prodajnih cena u odnosu na prethodnu godinu.
- Formulisati Heseovu blokovsku matricu i navesti uslove koji treba da budu ispunjeni da bi zadatak imao optimalno rešenje.

7. Iz 2 skladišta je potrebno transportovati robu u dve prodavnice. Ponude skladišta, potražnja prodavnica i troškovi transporta su dati u tabeli:

$x_{11}^2 + 2x_{11}$	$2x_{12}^2$	70
$3x_{21}^2$	$2x_{22}^2 + 3x_{22}$	80
50	60	

- Formulisati matematički model minimizacije ukupnih troškova transporta;
- Rešiti model pod a) kao zadatak NP i obrazložiti dobijeno rešenje;
- Navesti koji uslovi moraju biti ispunjeni da bi se dokazala optimalnost dobijenog rešenja pod b);

8. Rešiti zadatak matematički model:

$$\max f(x_1, x_2) = x_2$$

po

$$x_1^2 + x_2^2 - 4 \leq 0$$

$$-x_1^2 + x_2 \leq 0$$

- Metodom kaznenih funkcija
- Korišćenjem Kuhn-Tucker-ovih uslova.