

Redovi čekanja

M/M/1

1. Jednom bankarskom službeniku potrebno je za opsluživanje klijenta prosečno 3 minuta, a trajanje opsluživanja podleže eksponencionalnoj raspodeli. Klijenti dolaze saglasno Poissonovoj raspodeli sa srednjom brzinom pristizanja 0,25 klijenta u minuti.
 - a) Odrediti osnovne parametre ovog sistema masovnog usluživanja.
 - b) Naći verovatnoću da pred šalterom nema uopšte posetilaca.
 - c) Naći verovatnoću da najviše jedan klijent stoji u redu.
 - d) Naći verovatnoću da u redu stoji dva ili više klijenata.
 - e) Sa kakvom srednjom brzinom službenik treba da opslužuje klijente da bi srednje vreme čekanja klijenata u redu bilo dva puta manje.

M/M/s

2. U jednoj poslovnici za izdavanje voznih karata rade dva službenika. Svakom službeniku je potrebno u proseku 5 minuta za izdavanje jedne vozne karte. Pod pretpostavkom da je prosečna brzina pristizanja 15 putnika na sat, treba izračunati:
 - a) Osnovne parametre ovog sistema masovnog usluživanja.
 - b) Verovatnoću da u sistemu nema klijenata koji čekaju u redu.
 - c) Službenici su u 10 sati napravili pauzu od pola sata. U trenutku početka pauze u redu su čekala 2 klijenta. Kolika je verovatnoća da kada se vrate sa pauze u redu zateknu 10 klijenata.

Sa II kolokvijuma

3. U samousluzi u kojoj postoji samo jedna kasa prosečno vreme naplaćivanja iznosi 5 minuta. Izračunato je da prosečno vreme čekanja kupaca u redu iznosi 20 minuta.
 - a) Odrediti koliko kupaca prosečno čeka pred kasom.
 - b) Pošto je vreme čekanja kupaca predugačko, ispitati koliko bi ovo vreme iznosilo ako bi se uvela još jedna kasa, pod uslovom da brzina dolazaka kupaca i prosečno vreme usluživanja po kasi ostanu nepromenjeni.
 - c) Kolika je verovatnoća da u intervalu od 10:00 do 10:15 pred kasu dođe između 3 i 5 kupaca.
 - d) Tačno u 10:15 jedan kupac je došao pred kasu. Kolika je verovatnoća da će sledeći kupac doći pre 10:20.
 - e) Kolika je verovatnoća da će kupac koji je došao na red da bude uslužen u 15:23 završiti sa plaćanjem pre 15:30.

Markovljevi procesi

4. Jedan proizvod na tržištu proizvode tri kompanije A, B i C. Analizom tržišta ustanovljeno je da određen procenat potrošača u toku godine pređe sa potrošnje proizvoda jedne kompanije na

proizvod druge kompanije. Utvrđena je sledeća matrica prelaza: $P = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,4 & 0,5 \end{bmatrix}$. Trenutni

odnos potrošnje proizvoda je $P_0 = [0,3 \quad 0,1 \quad 0,6]$. Zbog planiranja proizvodnih kapaciteta kompanije B potrebno je utvrditi koji procenat tržišta će da koristi njihov proizvod za 1, 2 i 3 godine.

Zadaci sa kolokvijuma i ispitnih rokova (za vežbu)

U jedan auto servis, koji raspolaže samo sa jednim mestom za opravku, u proseku pristigne po jedno vozilo svakih 40 minuta. Izračunato je da prosečno vreme boravka vozila u servisu iznosi 2 sata.

- Odrediti ostale karakteristične parametre ovog sistema masovnog usluživanja.
- Za koliko procenata će se smanjiti vreme čekanja klijenata u sistemu ako se u servis uvede još jedno mesto za opravku.
- Kolika je verovatnoća da će u prvih sat vremena rada servisa doći dva ili više vozila.

Benzinska pumpa ima dva aparata za točenje goriva: jedan za benzin, a drugi za dizel. Pristizanje automobila na benzinsku pumpu podleže Puasonovoj raspodeli, a na sat pristigne, u proseku, 12 benzinaca i 6 dizelaša. Vreme potrebno da automobil natoči gorivo podleže eksponencionalnoj raspodeli. Utvrđeno je da se u proseku na pumpi nalaze 4 benzinca i 3 dizelaša. Odrediti:

- koliko će ukupno vozila prosečno čekati u redu;
- koliko vremena će prosečno u redu čekati benzinci, a koliko dizelaši;
- kolika je verovatnoća da se na pumpi neće nalaziti ni jedno vozilo;
- kolika je verovatnoća da će u intervalu od 10 minuta pristići tačno 3 benzinca i 2 dizelaša.
- Tačno u 14:00 jedan benzinac je započeo da toči gorivo. Kolika je verovatnoća da do 14:05 ovaj automobil ne napusti benzinsku pumpu?

U samousluzi u kojoj postoji samo jedna kasa prosečno vreme naplaćivanja iznosi 5 minuta. Izračunato je da prosečno vreme čekanja kupaca u redu iznosi 20 minuta.

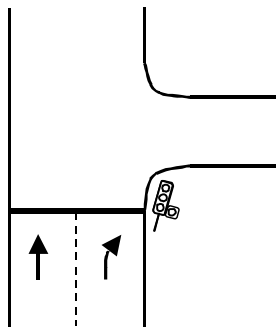
- Odrediti koliko kupaca prosečno čeka pred kasom.
- Pošto je vreme čekanja kupaca predugačko, ispitati koliko bi ovo vreme iznosilo ako bi se uvela još jedna kasa, pod uslovom da brzina dolazaka kupaca i prosečno vreme usluživanja po kasi ostanu nepromenjeni.
- Kolika je verovatnoća da u intervalu od 10:00 do 10:15 pred kasu dođe između 3 i 5 kupaca.
- Tačno u 10:15 jedan kupac je došao pred kasu. Kolika je verovatnoća da će sledeći kupac doći pre 10:20.
- Kolika je verovatnoća da će kupac koji je došao na red da bude uslužen u 15:23 završiti sa naplaćivanjem pre 15:30.

U kancelariji mesne zajednice jedno službeno lice deli bonove za benzin. Brzina dolaska klijenata za bonove je 20 klijenata na sat i odgovara Poisson-ovoj raspodeli. Brzina kojom službeno lice uslužuje klijente podleže eksponencijalnoj raspodeli i takva je da prosečan broj klijenata koji stoje u redu iznosi 20 (pri izračunavanju broja klijenata koji će biti usluženi za sat vremena, rezultat zaokružiti na ceo broj).

- Odrediti kako bi se odrazilo na dužinu reda i vreme čekanja u redu uvođenje još jednog službenog lica;
- U 15:45 je službeniku ostalo još 12 bonova, a u redu je čekalo još 10 klijenata. S obzirom da se tačno u 16:00 prekida prijem klijenata u red, odrediti verovatnoću da će se pojaviti klijenti koji će ostati bez bonova;
- Odrediti verovatnoću da će poslednji klijent biti uslužen za manje od 2 minuta.

Empirijski je utvrđeno da na jednu raskrnicu (kao na slici) putem koji ima dve trake pristigne u proseku 300 vozila na sat. Od toga jedna trećina skreće desno, a ostali produžavaju pravo. Da bi prošla kroz raskrnicu vozila moraju da budu ispravno prestrojena i to: oni koji idu pravo u levo, a oni koji skreću, u desnu traku (nije moguće skrenuti levo). Na raskrsnici postoji semafor koji radi različito za kretanje pravo i za skretanje. Za pravo: 6 min – zeleno svetlo i za to vreme može da prođe 40 vozila, a zatim 4 min crveno. Za skretanje desno: 8 min zeleno i tada može da skrene 30 vozila (vozila moraju da uspore kretanje kada skreću), a zatim 2 min crveno. Odrediti:

- Koliko prosečno vozila čeka u levoj traci, a koliko u desnoj?
- Koliko dugo, u proseku vozači čekaju da bi prošli kroz raskrnicu?
- Na raskrsnici se dogodio sudar i u tom trenutku ni jedno vozilo nije čekalo u redu. Kolika je verovatnoća da će prvo sledeće vozilo stići na raskrnicu za manje od 15 sekundi?



Redovi čekanja

M/M/1

1. Jednom bankarskom službeniku potrebno je za opsluživanje klijenta prosečno 3 minuta, a trajanje opsluživanja podleže eksponencionalnoj raspodeli. Klijenti dolaze saglasno Poissonovoj raspodeli sa srednjom brzinom pristizanja 0,25 klijenta u minuti.
 - a) Odrediti osnovne parametre ovog sistema masovnog usluživanja.
 - b) Naći verovatnoću da pred šalterom nema uopšte posetilaca.
 - c) Naći verovatnoću da najviše jedan klijent stoji u redu.
 - d) Naći verovatnoću da u redu stoji dva ili više klijenata.
 - e) Sa kakvom srednjom brzinom službenik treba da opslužuje klijente da bi srednje vreme čekanja klijenata u redu bilo dva puta manje.

M/M/s

2. U jednoj poslovnici za izdavanje voznih karata rade dva službenika. Svakom službeniku je potrebno u proseku 5 minuta za izdavanje jedne vozne karte. Pod pretpostavkom da je prosečna brzina pristizanja 15 putnika na sat, treba izračunati:
 - a) Osnovne parametre ovog sistema masovnog usluživanja.
 - b) Verovatnoću da u sistemu nema klijenata koji čekaju u redu.
 - c) Službenici su u 10 sati napravili pauzu od pola sata. U trenutku početka pauze u redu su čekala 2 klijenta. Kolika je verovatnoća da kada se vrate sa pauze u redu zateknu 10 klijenata.

Sa II kolokvijuma

3. U samousluzi u kojoj postoji samo jedna kasa prosečno vreme naplaćivanja iznosi 5 minuta. Izračunato je da prosečno vreme čekanja kupaca u redu iznosi 20 minuta.
 - a) Odrediti koliko kupaca prosečno čeka pred kasom.
 - b) Pošto je vreme čekanja kupaca predugačko, ispitati koliko bi ovo vreme iznosilo ako bi se uvela još jedna kasa, pod uslovom da brzina dolazaka kupaca i prosečno vreme usluživanja po kasi ostanu nepromenjeni.
 - c) Kolika je verovatnoća da u intervalu od 10:00 do 10:15 pred kasu dođe između 3 i 5 kupaca.
 - d) Tačno u 10:15 jedan kupac je došao pred kasu. Kolika je verovatnoća da će sledeći kupac doći pre 10:20.
 - e) Kolika je verovatnoća da će kupac koji je došao na red da bude uslužen u 15:23 završiti sa plaćanjem pre 15:30.

Markovljevi procesi

4. Jedan proizvod na tržištu proizvode tri kompanije A, B i C. Analizom tržišta ustanovljeno je da određen procenat potrošača u toku godine pređe sa potrošnje proizvoda jedne kompanije na

proizvod druge kompanije. Utvrđena je sledeća matrica prelaza: $P = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,4 & 0,5 \end{bmatrix}$. Trenutni

odnos potrošnje proizvoda je $P_0 = [0,3 \quad 0,1 \quad 0,6]$. Zbog planiranja proizvodnih kapaciteta kompanije B potrebno je utvrditi koji procenat tržišta će da koristi njihov proizvod za 1, 2 i 3 godine.

Zadaci sa kolokvijuma i ispitnih rokova (za vežbu)

U jedan auto servis, koji raspolaže samo sa jednim mestom za opravku, u proseku pristigne po jedno vozilo svakih 40 minuta. Izračunato je da prosečno vreme boravka vozila u servisu iznosi 2 sata.

- Odrediti ostale karakteristične parametre ovog sistema masovnog usluživanja.
- Za koliko procenata će se smanjiti vreme čekanja klijenata u sistemu ako se u servis uvede još jedno mesto za opravku.
- Kolika je verovatnoća da će u prvih sat vremena rada servisa doći dva ili više vozila.

Benzinska pumpa ima dva aparata za točenje goriva: jedan za benzin, a drugi za dizel. Pristizanje automobila na benzinsku pumpu podleže Puasonovoj raspodeli, a na sat pristigne, u proseku, 12 benzinaca i 6 dizelaša. Vreme potrebno da automobil natoči gorivo podleže eksponencionalnoj raspodeli. Utvrđeno je da se u proseku na pumpi nalaze 4 benzinca i 3 dizelaša. Odrediti:

- koliko će ukupno vozila prosečno čekati u redu;
- koliko vremena će prosečno u redu čekati benzinci, a koliko dizelaši;
- kolika je verovatnoća da se na pumpi neće nalaziti ni jedno vozilo;
- kolika je verovatnoća da će u intervalu od 10 minuta pristići tačno 3 benzinca i 2 dizelaša.
- Tačno u 14:00 jedan benzinac je započeo da toči gorivo. Kolika je verovatnoća da do 14:05 ovaj automobil ne napusti benzinsku pumpu?

U samousluzi u kojoj postoji samo jedna kasa prosečno vreme naplaćivanja iznosi 5 minuta. Izračunato je da prosečno vreme čekanja kupaca u redu iznosi 20 minuta.

- Odrediti koliko kupaca prosečno čeka pred kasom.
- Pošto je vreme čekanja kupaca predugačko, ispitati koliko bi ovo vreme iznosilo ako bi se uvela još jedna kasa, pod uslovom da brzina dolazaka kupaca i prosečno vreme usluživanja po kasi ostanu nepromenjeni.
- Kolika je verovatnoća da u intervalu od 10:00 do 10:15 pred kasu dođe između 3 i 5 kupaca.
- Tačno u 10:15 jedan kupac je došao pred kasu. Kolika je verovatnoća da će sledeći kupac doći pre 10:20.
- Kolika je verovatnoća da će kupac koji je došao na red da bude uslužen u 15:23 završiti sa naplaćivanjem pre 15:30.

U kancelariji mesne zajednice jedno službeno lice deli bonove za benzin. Brzina dolaska klijenata za bonove je 20 klijenata na sat i odgovara Poisson-ovoj raspodeli. Brzina kojom službeno lice uslužuje klijente podleže eksponencijalnoj raspodeli i takva je da prosečan broj klijenata koji stoje u redu iznosi 20 (pri izračunavanju broja klijenata koji će biti usluženi za sat vremena, rezultat zaokružiti na ceo broj).

- Odrediti kako bi se odrazilo na dužinu reda i vreme čekanja u redu uvođenje još jednog službenog lica;
- U 15:45 je službeniku ostalo još 12 bonova, a u redu je čekalo još 10 klijenata. S obzirom da se tačno u 16:00 prekida prijem klijenata u red, odrediti verovatnoću da će se pojaviti klijenti koji će ostati bez bonova;
- Odrediti verovatnoću da će poslednji klijent biti uslužen za manje od 2 minuta.

Empirijski je utvrđeno da na jednu raskrnicu (kao na slici) putem koji ima dve trake pristigne u proseku 300 vozila na sat. Od toga jedna trećina skreće desno, a ostali produžavaju pravo. Da bi prošla kroz raskrnicu vozila moraju da budu ispravno prestrojena i to: oni koji idu pravo u levo, a oni koji skreću, u desnu traku (nije moguće skrenuti levo). Na raskrsnici postoji semafor koji radi različito za kretanje pravo i za skretanje. Za pravo: 6 min – zeleno svetlo i za to vreme može da prođe 40 vozila, a zatim 4 min crveno. Za skretanje desno: 8 min zeleno i tada može da skrene 30 vozila (vozila moraju da uspore kretanje kada skreću), a zatim 2 min crveno. Odrediti:

- Koliko prosečno vozila čeka u levoj traci, a koliko u desnoj?
- Koliko dugo, u proseku vozači čekaju da bi prošli kroz raskrnicu?
- Na raskrsnici se dogodio sudar i u tom trenutku ni jedno vozilo nije čekalo u redu. Kolika je verovatnoća da će prvo sledeće vozilo stići na raskrnicu za manje od 15 sekundi?

