

МАТЕМАТИКА 2 – питања за први део усменог

1. Довољан услов за $f''_{xy}(M) = f''_{yx}(M)$.

- Дефинисати парцијалне изводе I реда и II реда функције $z = f(x, y)$.
- Формулисати теорему о довољном услову за $f''_{xy}(M) = f''_{yx}(M)$.
- Доказати теорему о довољном услову за $f''_{xy}(M) = f''_{yx}(M)$.

2. Довољан услов за $f''_{xy}(M) = f''_{yx}(M)$.

- Дефинисати унутрашњу тачку скупа и отворен скуп.
- Формулисати теорему о довољном услову за једнакост мешовитих парцијалних извода функције $z = f(x, y)$.
- Доказати теорему о довољном услову за једнакост мешовитих парцијалних извода.

3. Дефиниција диференцијабилности функције више променљивих. Довољан услов диференцијабилности.

- Дефинисати парцијални и тотални прираштај функције $z = f(x, y)$.
- Дефинисати диференцијабилност функције $z = f(x, y)$.
- Доказати да, ако функција $z = f(x, y)$ има непрекидне парцијалне изводе f'_x и f'_y онда је она диференцијабилна.

4. Диференцијабилност и непрекидност.

- Дефинисати граничну вредност функције $z = f(x, y)$ преко низа тачака.
- Дефинисати непрекидност и диференцијабилност функције $z = f(x, y)$.
- Доказати да ако је функција $z = f(x, y)$ диференцијабилна у некој тачки, она је и непрекидна у тој тачки.

5. Диференцијабилност и непрекидност.

- Дефинисати граничну вредност функције $z = f(x, y)$ преко ε -околине тачке.
- Дефинисати непрекидност и диференцијабилност функције $z = f(x, y)$.
- Доказати да ако је функција $z = f(x, y)$ диференцијабилна у некој тачки, она је и непрекидна у тој тачки.

6. Тотални диференцијал функције више променљивих.

- Дефинисати диференцијабилност функције $z = f(x, y)$.
- Формулисати и доказати теорему о довољним условима за диференцијабилност функције.
- Дефинисати тотални диференцијал функције $z = f(x, y)$.

7. Тотални диференцијал функције више променљивих. Диференцијали вишег реда.

- Дефинисати тотални диференцијал функције $z = f(x, y)$.
- Извести формулу за диференцијал II реда функције $z = f(x, y)$.
- Извести формулу за диференцијал III реда функције $z = f(x, y)$.

8. Парцијални изводи сложене функције.

- Дефинисати парцијалне изводе I реда функције $z = f(x, y)$.
- Дефинисати диференцијабилност функције $z = f(x, y)$.
- Ако су $z = F(u, v)$, $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$ диференцијабилне функције, извести формулу за z'_x . Написати формулу за z'_y .

9. Парцијални изводи сложене функције.

- Дефинисати парцијалне изводе I реда функције $z = f(x, y)$.
- Ако су $z = F(u, v)$, $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$ диференцијабилне функције, извести формулу за z'_x . Написати формулу за z'_y .
- Написати формулу за сложену функцију n променљивих.

10. Теорема о егзистенцији и диференцијабилности имплицитне функције.

- Дефинисати функцију две променљивих и околинду тачке $(x_0, y_0) \in R^2$.
- Дефинисати имплицитно задату функцију једне променљиве и формулисати теорему о егзистенцији и диференцијабилности имплицитне функције.
- Доказати теорему о егзистенцији и диференцијабилности имплицитне функције – део о егзистенцији имплицитне функције.

11. Теорема о егзистенцији и диференцијабилности имплицитне функције.

- Дефинисати функцију више променљивих и околинду тачке $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \in R^n$.
- Дефинисати имплицитно задату функцију једне променљиве и формулисати теорему о егзистенцији и диференцијабилности имплицитне функције.
- Доказати теорему о егзистенцији и диференцијабилности имплицитне функције – део о диференцијабилности имплицитне функције.

12. Имплицитно задата функција.

- Дефинисати функцију две и три променљиве, график функције две променљиве, ниво линије.
- Дефинисати имплицитно задату функцију две променљиве.
- Ако је функција $z = f(x, y)$ задата имплицитно са $F(x, y, z) = 0$, извести формуле за z'_x и z'_y .

13. Тангентна равна и нормала површи.

- Дефинисати тангентну равна и нормалу површи, функције $z = f(x, y)$.
- Ако је функција $z = f(x, y)$ задата имплицитно са $F(x, y, z) = 0$, извести формуле за z'_x и z'_y .
- Написати једначине тангентне равани и нормале површи за имплицитно задату функцију.

14. Тангентна равна и нормала површи.

- Дефинисати парцијалне изводе I реда и дати њихову геометријску интерпретацију.
- Дефинисати тангентну равна и нормалу површи, функције $z = f(x, y)$.
- Ако је функција $z = f(x, y)$ задата имплицитно са $F(x, y, z) = 0$, извести формуле за z'_x и z'_y и написати једначину тангентне равани.

15. Извод функције у смеру датог вектора.

- Дефинисати извод функције у смеру датог вектора.
- Написати формулу за израчунавање извода функције у смеру вектора за диференцијабилну функцију.
- Извести формулу за израчунавање извода функције у смеру вектора за диференцијабилну функцију.

16. Градијент функције. Веза градијента и извода у смеру датог вектора.

- Дефинисати градијент функције и извод функције у смеру датог вектора.
- Извести везу градијента и извода у смеру вектора.
- Геометријско тумачење градијента.

17. Градијент функције. Особине градијента.

- Дефинисати градијент функције.
- Навести особине градијента.
- Веза градијента и извода у смеру датог вектора за диференцијабилну функцију.

18. Тејлорова формула функције две променљиве.

- Формулисати теорему о средњој вредности.
- Доказати теорему о средњој вредности.
- Написати Тејлоров полином n -тог степена функције $z = f(x, y)$ која има непрекидне парцијалне изводе до $n+1$ -ог реда.

19. Тејлорова формула функције две променљиве.

- Написати Тејлоров полином n -тог степена функције $z = f(x, y)$ која има непрекидне парцијалне изводе до $n+1$ -ог реда.
- Написати остатак Тејлоровог полинома n -тог степена у Лагранжевом облику.
- Извести Тејлоров полином n -тог степена функције $z = f(x, y)$.

20. Дефиниција локалног екстремума функције више променљивих.

Неопходни услови.

- Дефинисати појам локалног екстремума за функцију n променљивих.
- Формулисати и доказати теорему о неопходним условима за екстремум функције n променљивих.
- Дефинисати појмове критичне и стационарне тачке.

21. Неопходни и довољан услов за локални екстремум функције више променљивих.

- Формулисати теорему о неопходним условима за екстремум функције n променљивих.
- Формулисати теорему о довољним условима за екстремум функције две променљиве.
- Доказати теорему о довољним условима за екстремум функције две променљиве.

22. Квадратна форма, матрица других извода (Хесеова матрица).

- Дефинисати појамове квадратне форме, позитивно и негативно дефинисане форме.
- Дефинисати матрицу других извода (Хесеову матрицу).
- Формулисати и доказати теорему о довољним условима за екстремум функције n променљивих, преко другог диференцијала као квадратне форме.

23. Квадратна форма.

- Дефинисати појамове квадратне форме, позитивно и негативно дефинисане форме.
- Формулисати Силвестеров критеријум.
- Доказати Силвестеров критеријум за $n = 2$.

24. Довољан услов за локални екстремум функције више променљивих.

- Диференцијал II реда као квадратна форма.
- Формулисати теорему о довољним условима за екстремум функције две променљиве.
- Доказати теорему о довољним условима за екстремум функције две променљиве.

25. Условни екстремум функције више променљивих. Неопходни услови.

- Дефинисати појам условног екстремума за функцију n променљивих са t услова.
- Формулисати и доказати теорему о неопходним условима за условни екстремум функције две променљиве.
- Формулисати теорему о неопходним условима за условни екстремум функције n променљивих са t услова.

26. Условни екстремум функције више променљивих. Геометријско тумачење условног екстремума функције $z = f(x, y)$.

- Дефинисати појам условног екстремума за функцију n променљивих са t услова.
- Формулисати и доказати теорему о неопходним условима за условни екстремум функције 2 променљиве.
- Геометријско тумачење условног екстремума функције $z = f(x, y)$.

27. Условни екстремум функције више променљивих. Неопходни и довољни услови.

- Дефинисати појам условног екстремума за функцију n променљивих са t услова.
- Формулисати теорему о неопходним условима за условни екстремум.
- Формулисати и доказати теорему о довољним условима за условни екстремум.

28. Условни екстремум функције више променљивих. Довољни услови.

- Дефинисати појам условног екстремума функције n променљивих са t услова.
- Дефинисати Јакобијеву матрицу која одговара условима. Дефинисати Јакобијан.
- Дефинисати тангентни простор. Формулисати теорему о довољним условима за условни екстремум.