



УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

Радна недеља	Тематска целина		Циљ
6	<b>6. Производна функција</b>		Стицање знања о производној функцији на микро и макро нивоу.
	Тематска јединица	6.1 Производња, производна функција и гранична стопа техничке супституције	Студент ће бити способан да разуме, препозна и репродукује производњу, производну функцију и граничну стопу техничке супституције.
		6.2 Укупан, просечан и граничан производ и њихова међузависност	Студент ће бити способан да разуме, препозна и репродукује укупан, просечни и гранични производ и њихову међузависност.

Радна недеља	Тематска целина		Циљ
6	<b>6. Производна функција</b>		Стицање знања о производној функцији на микро и макро нивоу.
	Тематска јединица	6.3 Економска анализа укупних, просечних и граничних трошкова; гранични трошак, гранични приход и максимизација профита	Студент ће бити способан да разуме, препозна и репродукује различите врсте трошкова и прихода: просечне и граничне, као и њихов однос којим се објашњава максимизација профита.

**НАСТАВНИ МЕТОД: ПРЕДАВАЊЕ**

# PROIZVODNA FUNKCIJA

**Prof. dr Dragana Kragulj**  
*Fakultet organizacionih nauka*

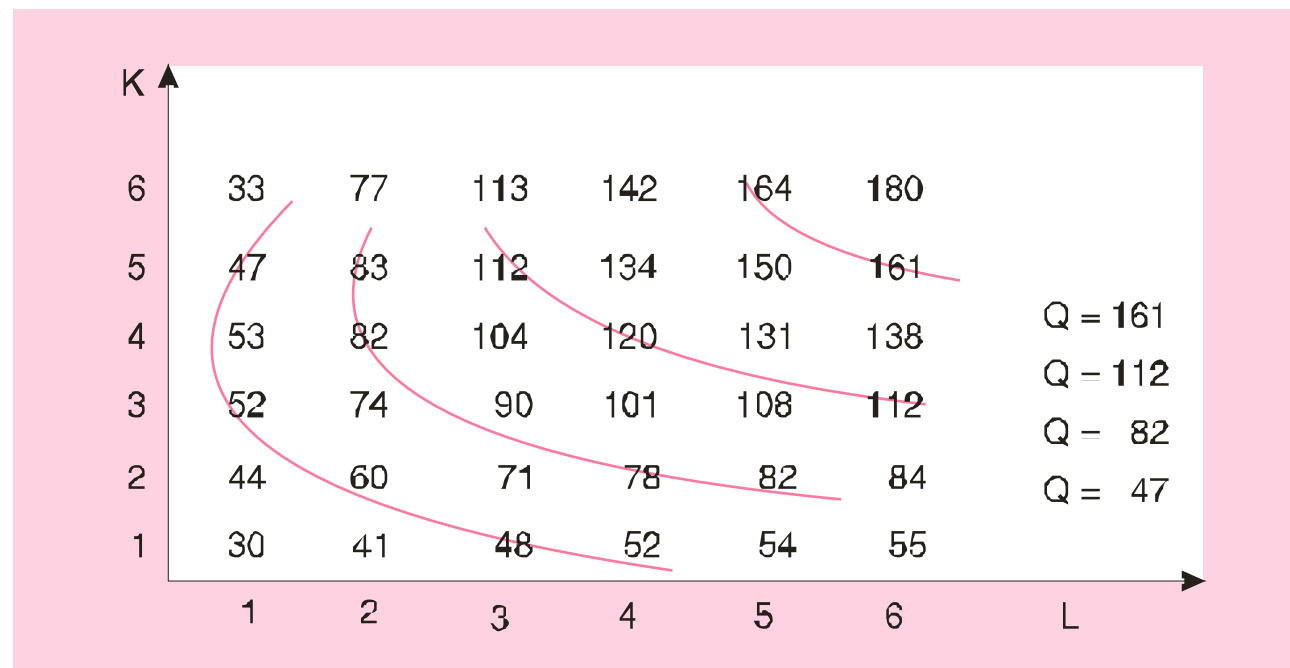
## Proizvodna funkcija

- ... tehnički odnos između inputa (uloženih faktora proizvodnje) i outputa (ostvarenog obima proizvodnje).
  - Na nivou proizvodnog procesa
  - Na nivou preduzeća
  - Na nivou privrednih celina
  - Na nivou privrede



- $Q = f (X_1, X_2 X_3 \dots X_n)$
- $Q = f (K, L)$
- $Y = f (K, L)$
- $Q = T \times f (K, L)$  T- tehnologija

# Proizvodnja, proizvodna funkcija i granična stopa tehničke supstitucije

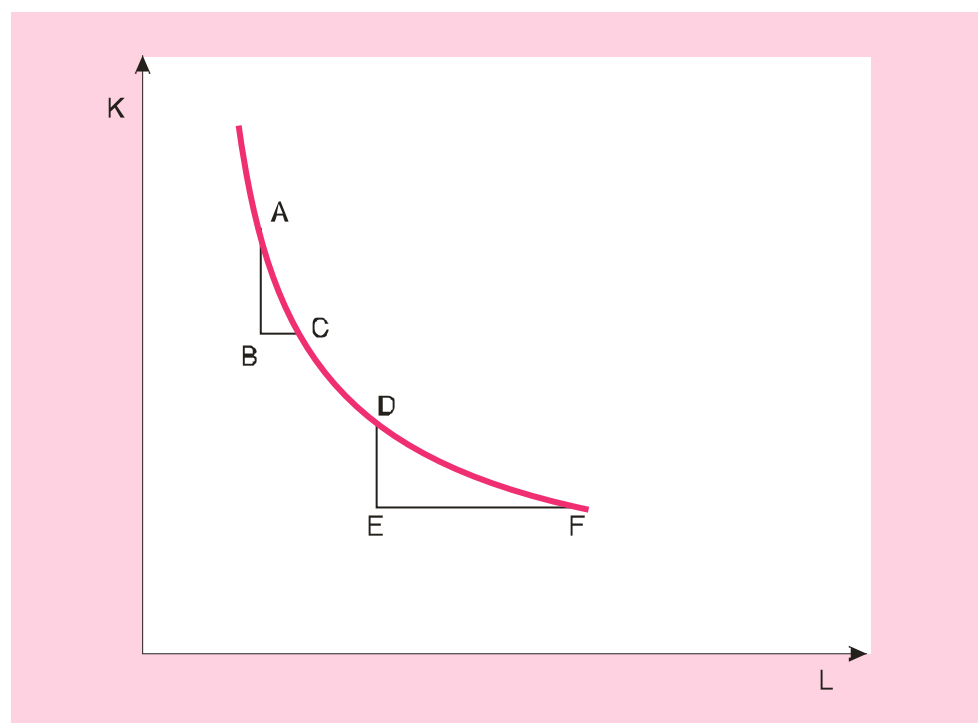


- **Granična stopa tehničke supstitucije** je iznos u kome jedan input može biti zamenjen za drugi bez izmene outputa.
- *MRTS (Marginal Rate of Technical Substitution)* uvek meri pozitivne veličine, i može se (radi lakšeg pamćenja) prikazati na sledeći način:

***MRTS = promena inputa kapitla / promena inputa rada =***

$$\Delta K / \Delta L$$

# Proizvodnja, proizvodna funkcija i granična stopa tehničke supstitucije

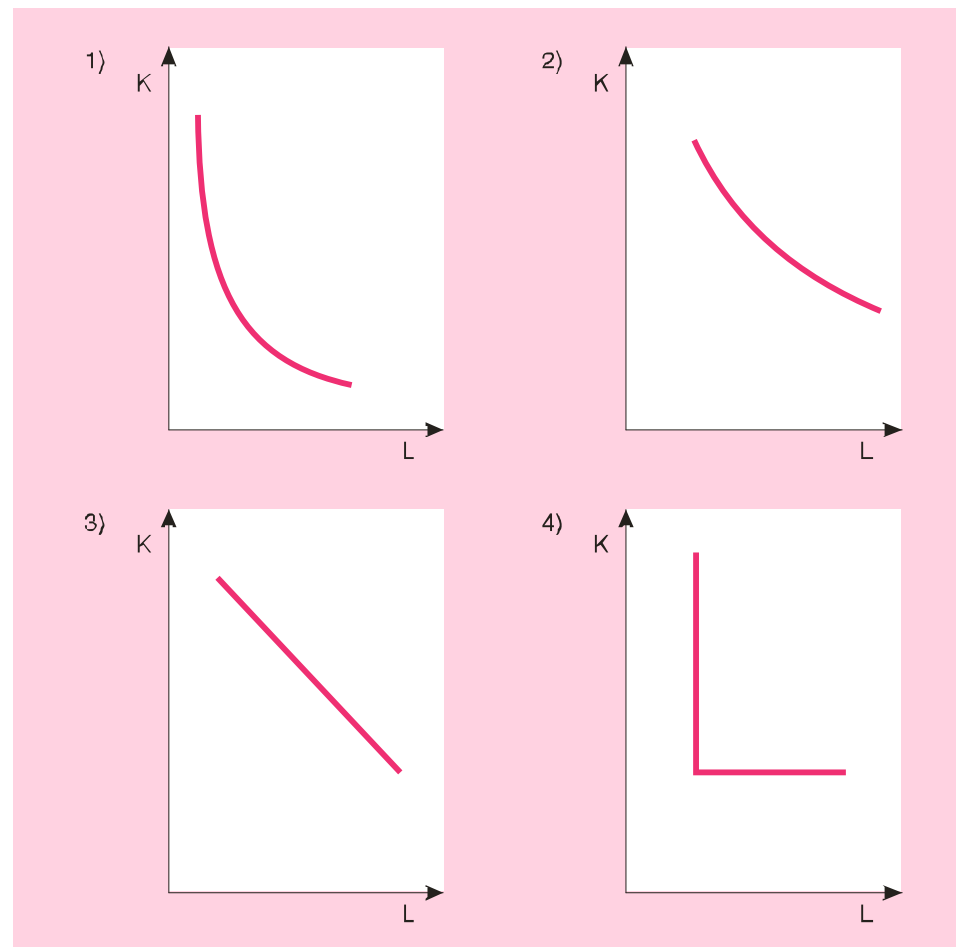


# Proizvodnja, proizvodna funkcija i granična stopa tehničke supstitucije



Faktori proizvodnje:

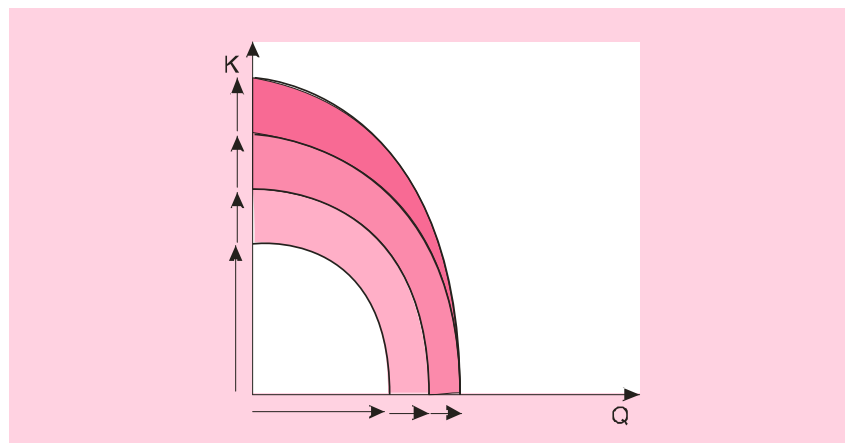
- teško se supstituišu
- lako se supstituišu
- savršeno su zamenljivi, tj. faktori su ekvivalenti
- ne mogu se supstituisati





- **Zakon opadajućeg prinosa**
  - Prinosi jednog faktora opadaju dodavanjem tog faktora, ostali fiksni
  
- **Zakon konstantnog prinosa**
  - Ulaganje i prinosi proporcionalni
  
- **Zakon rastućeg prinosa**
  - Prinosi veći od ulaganja

# Proizvodnja, proizvodna funkcija i granična stopa tehničke supstitucije



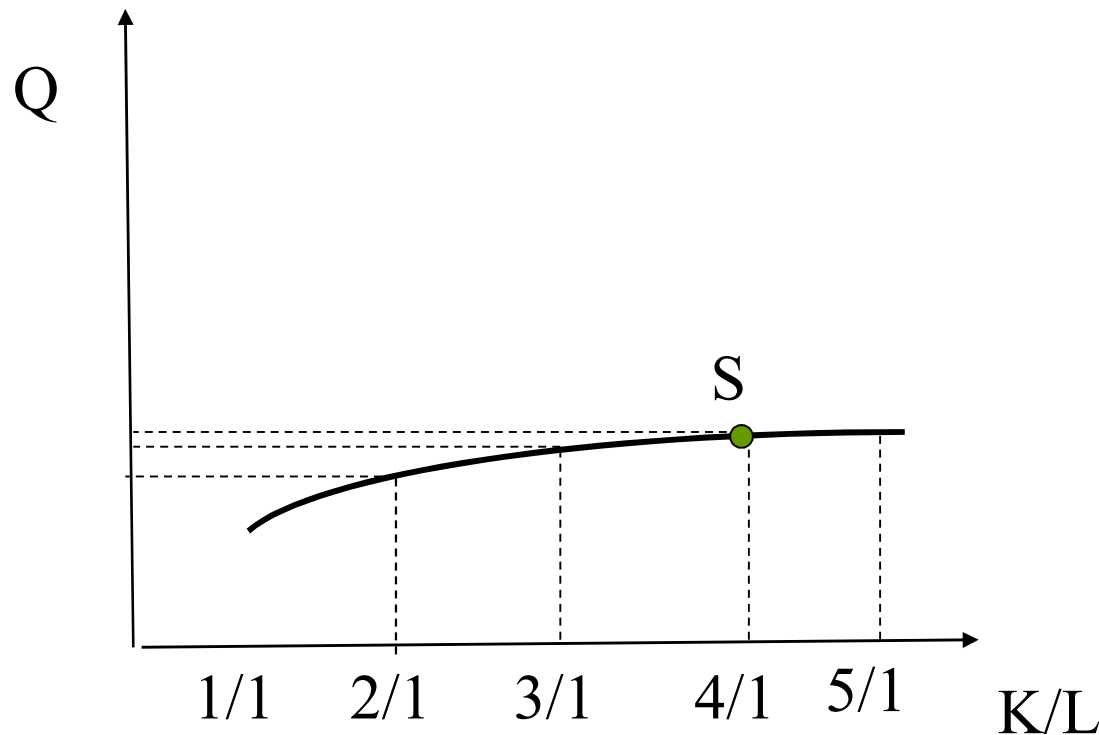
## PRIMER 1

- **Jedan faktor fiksni**
  - zemlja
- Ostali varijabilni
  - Rad, đubrivo, navodnjavanje
- Prirast kapitala ( $\Delta K$ ) daje sve manji prinos ( $\Delta Q$ )
- Posle određenog broja dodatnih ulaganja kapitala prirast proizvodnje bio bi jednak nuli.
- Tehnologija usporava delovanje zakona opadajućih prinosa.

# Proizvodnja, proizvodna funkcija i granična stopa tehničke supstitucije



## PRIMER 2



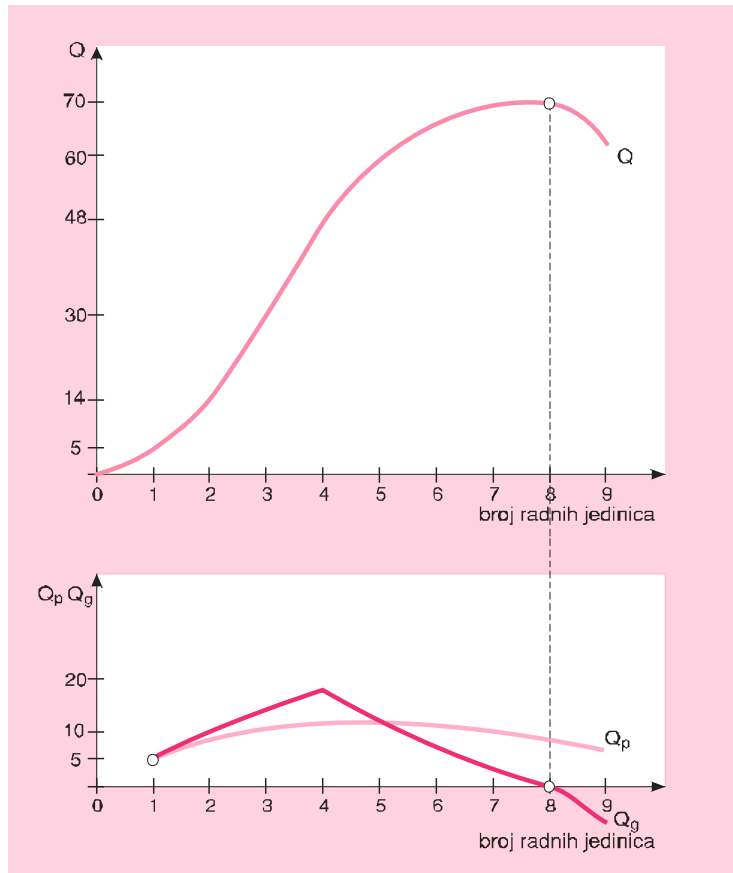
- **Svi faktori varijabilni**
- Nova tehnika i tehnologija
- Ekstraprofit
- Ulaganje veliko i skupo, prirast kapitala ima za rezultat manji efekat.
- **Tačka saturacije** - tačka kada se više ne može povećavati obim proizvodnje, pa, prema tome, ni profit.

# Ukupan, prosečan i graničan proizvod i njihova međuzavisnost



- **Ukupna proizvod (Total Product)**
  - Ukupna proizvodnja ostvarena sa K i L
    - **(Q) ili TP**
    - $Q = f(K,L)$
- **Prosečan proizvod (Average Product)**
  - Odnos između ukupnog proizvoda i ukupnih ulaganja faktora
    - **(Qp) ili AP**
    - $Qp = Q/L$  ili  $Qp=Q/K$
- **Marginalan (graničan) proizvod (Marginal Product)**
  - Odnos između prirasta proizvoda i dodatne jedinice inputa
    - **(Qg) ili MP**
    - $Qg = \Delta Q / \Delta L$
    - Kada se razlika sukcesivnih veličina ukupnog proizvoda stavi u odnos sa razlikom sukcesivnih veličina ulaganja posmatranog varijabilnog faktora.
    - $Qg = Q_n - Q_{n-1} / L_n - L_{n-1}$

# Ukupan, prosečan i graničan proizvod i njihova međuzavisnost



1.  $Q = \sum Q_g$
2.  $Q_p \uparrow, Q_g > Q_p$
3.  $Q_p \downarrow, Q_g < Q_p$
4.  $Q_p \text{ const}, Q_p = Q_g$
5.  $Q_p \text{ max}, Q_p = Q_g$
6.  $Q \text{ const tj. max}, Q_g = 0$
7.  $Q \downarrow, Q_g < 0$
8.  $Q \text{ const}, Q_p \downarrow$

- Faktori proizvodnje imaju svoje cene
  - Radna snaga – plata
  - Kapital – kamata
  - Zemljište – renta
- U svakoj tržišnoj privredi povezanost
  - tržišta faktora proizvodnje i
  - tržišta roba i usluga.

- Cene faktora proizvodnje obrazuju se na osnovu marginalne produktivnosti.
- Svaki faktor proizvodnje ima **cenu upotrebe koja je jednaka njegovom graničnom proizvodu** tj. njegovom graničnom prihodu kao vrednosnom izrazu tog proizvoda.
- **Granični prihod =  $MP(Q_g)$  x cena**

- **Graničan proizvod rada**
  - Pokazuje koliki je dodatni proizvod (tj.koliko se povećava fizički obim proizvodnje) pri zapošljavanju svakog novog radnika.
- **Granični proizvod kapitala**
  - Pokazuje koliki je dodatni proizvod (tj.koliko se povećava fizički obim proizvodnje) pri zapošljavanju dodatne jedinice kapitala.
- **Granični proizvod zemlje**
  - Pokazuje koliki je dodatni proizvod (tj.koliko se povećava fizički obim proizvodnje) pri zapošljavanju dodatne jedinice zemlje.

## Ukupan, prosečan i graničan proizvod i njihova međuzavisnost



- Dokle se preduzeću isplati angažovanje dodatne jedinice faktora proizvodnje?
- Preduzeće neće angažovati nove jedinice faktora proizvodnje ako je
  - njegova cena veća od vrednost graničnog proizvoda faktora
- **Preduzeće angažuje novu jedinicu faktora sve dotle dok**  
Njegova tržišna cena = vrednost graničnog proizvoda faktora (granični prihod)

## Ukupan, prosečan i graničan proizvod i njihova međuzavisnost

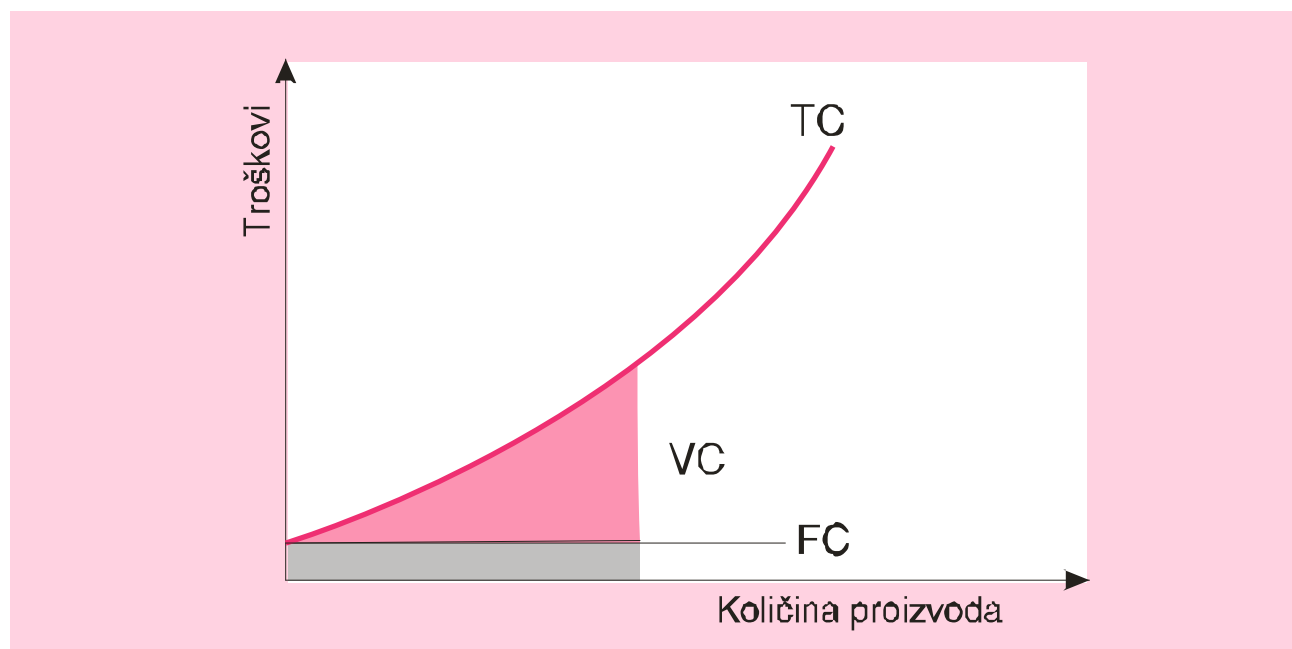


- Da bi preduzeće imalo **najniže troškove i ostvarilo maksimalni profit**, ono će zapošljavati dodatne faktore proizvodnje sve dok se:
- **granični prihod proizvoda radne snage ne izjednači sa najamninom kao cenom radne snage,**
- **granični prihod proizvoda kapitala ne izjednači sa kamatom kao cenom kapitala i**
- **granični prihod proizvoda zemlje ne izjednači sa rentom kao cenom zemlje.**

- **UKUPNI TROŠKOVI (TC)**
  - Menjaju se sa povećanjem obima proizvodnje
- **FIKSNI TROŠKOVI (FC)**
  - Ne menjaju se sa povećanjem obima proizvodnje
- **VARIJABILNI TROŠKOVI (VC)**
  - Menjaju se sa povećanjem obima proizvodnje

$$TC = FC + VC$$

**Ekonomska analiza ukupnih, prosečnih i graničnih troškova; granični trošak, granični prihod i maksimizacija profita**



## PROSEČNI TROŠKOVI

### – UKUPNI PROSEČNI

- $AC = TC / Q$

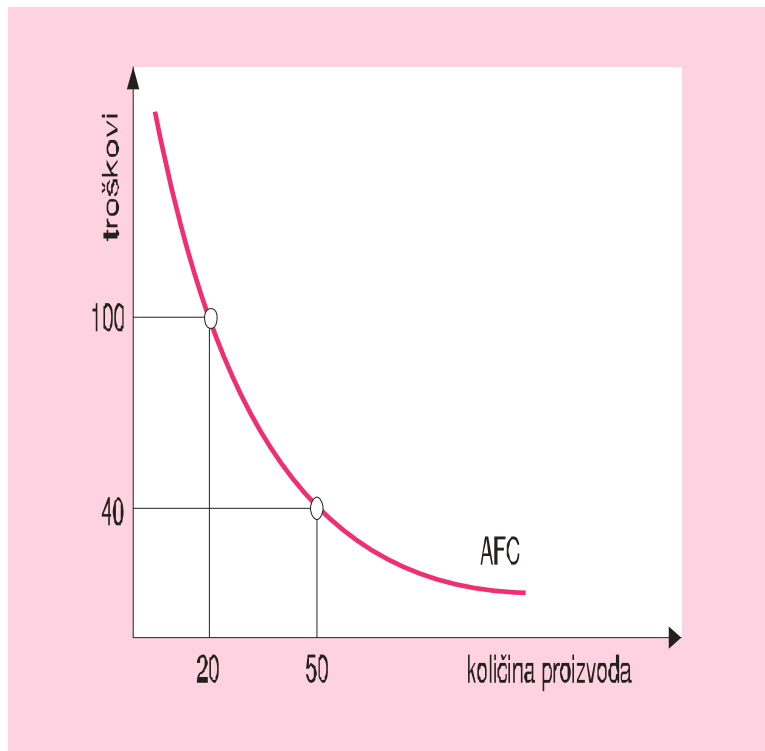
### – PROSEČNI VARIJABILNI

- $AVC = VC / Q$

### – PROSEČNI FIKSNI

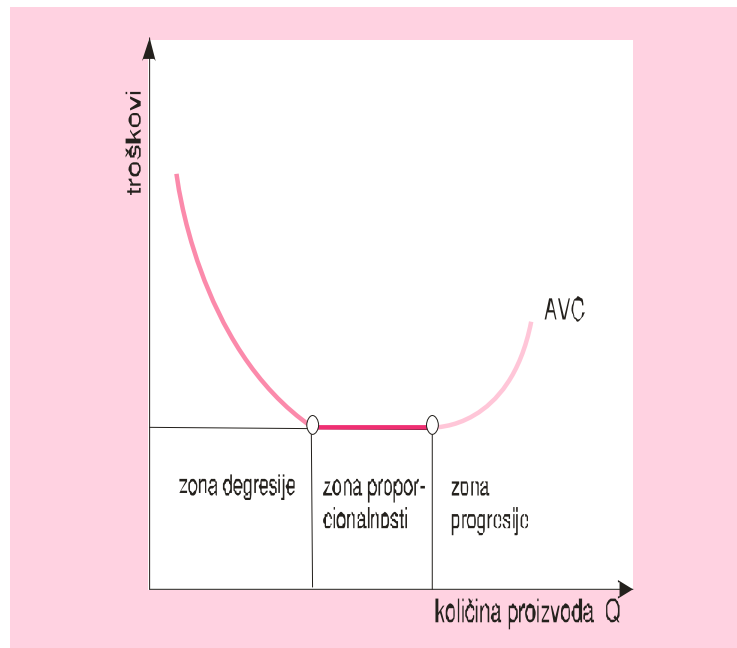
- $AFC = FC / Q$

## Ekonomska analiza ukupnih, prosečnih i graničnih troškova; granični trošak, granični prihod i maksimizacija profita



- Prosečnih fiksnih troškova **nema na nultom stepenu**, jer tu i nema proizvodnje.
- Na početku kriva pokazuje nagli, vrlo strmi pad prema x osi, a što prikazuje izrazitu regresiju fiksnih troškova. Nakon određenog obima proizvodnje regresija postaje znatno blaža.
- Kriva prosečnih fiksnih troškova **ne može nikada dostići apscisu**.

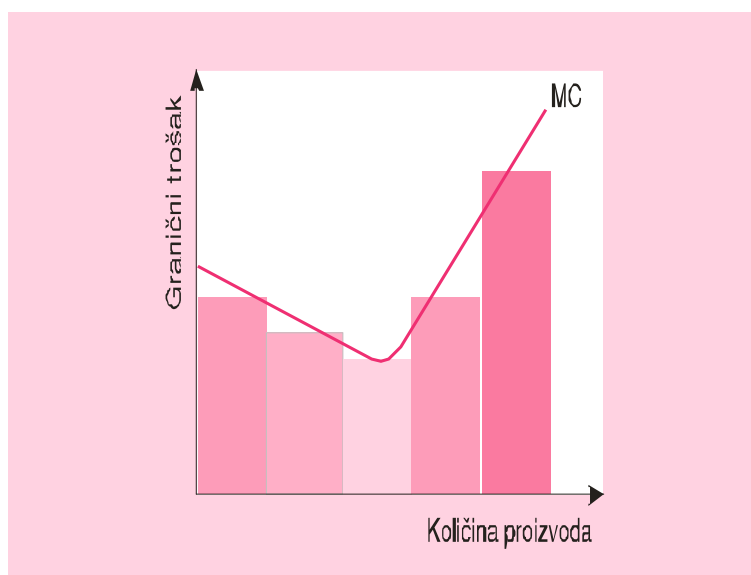
# Ekonomska analiza ukupnih, prosečnih i graničnih troškova; granični trošak, granični prihod i maksimizacija profita



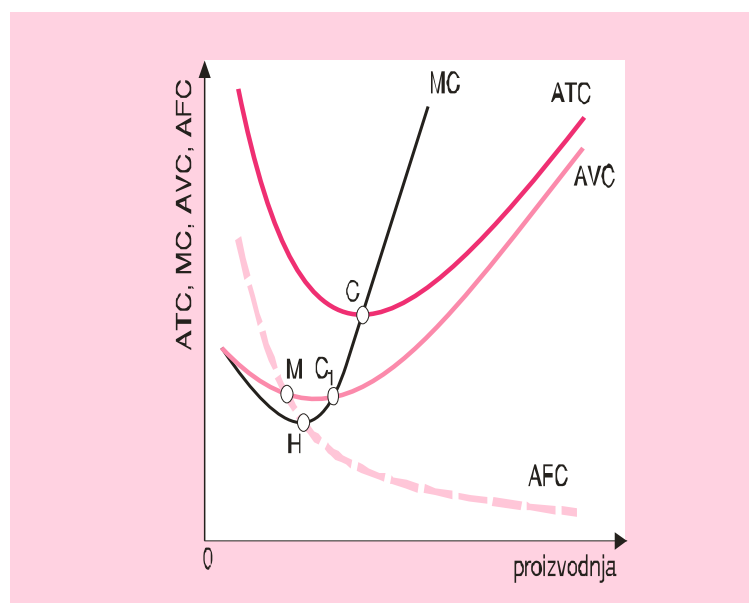
- **U zoni regresije** dolazi do opadanja prosečnih varijabilnih troškova, pa se kriva spušta prema apscisi.
- **U zoni proporcionalnosti** kriva je horizontalna linija.
- **U zoni progresije** dolazi do porasta prosečnih varijabilnih troškova.

## MARGINALNI TROŠKOVI

- $MC = TC_n - TC_{n-1} / Q_n - Q_{n-1}$
- $MC = \Delta TC / \Delta Q$
- $MC$  = granični trošak;
- $TC_n$  = ukupni trošak n-tog nivoa proizvodnje;
- $TC_{n-1}$  = ukupni trošak prethodnog nivoa proizvodnje;
- $Q_n$  = ukupna proizvodnja n-tog nivoa;
- $Q_{n-1}$  = ukupna proizvodnja prethodnog nivoa.



- **Granični (marginalni) troškovi na bilo kom nivou proizvodnje predstavljaju troškove dodatne jedinice proizvoda.**
- **Granični trošak je porast u ukupnim troškovima u slučaju kada output raste za jednu jedinicu.**
- U nekim slučajevima granični trošak proizvodnje dodatne jedinice proizvoda je veoma nizak, a u nekim drugim slučajevima izuzetno visok.



### **Tačka M**

- **$AFC = AVC$**

### **Tačka C**

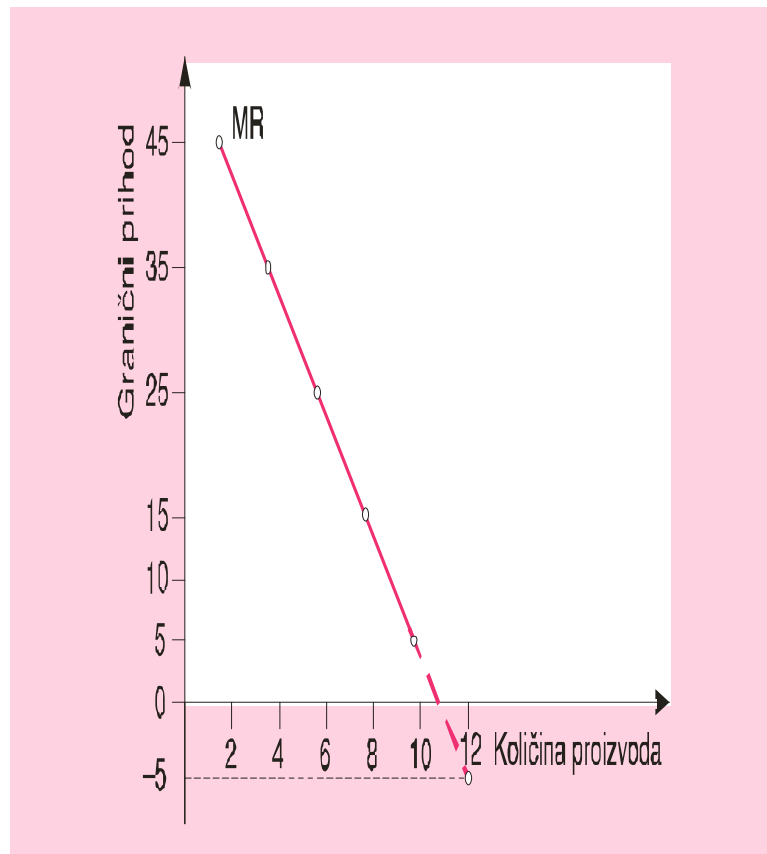
- **Prelomna tačka gde je  $MC = ATC$**

### **Tačka C<sub>1</sub>**

- **Tačka zatvaranja gde je  $MC = AVC$**

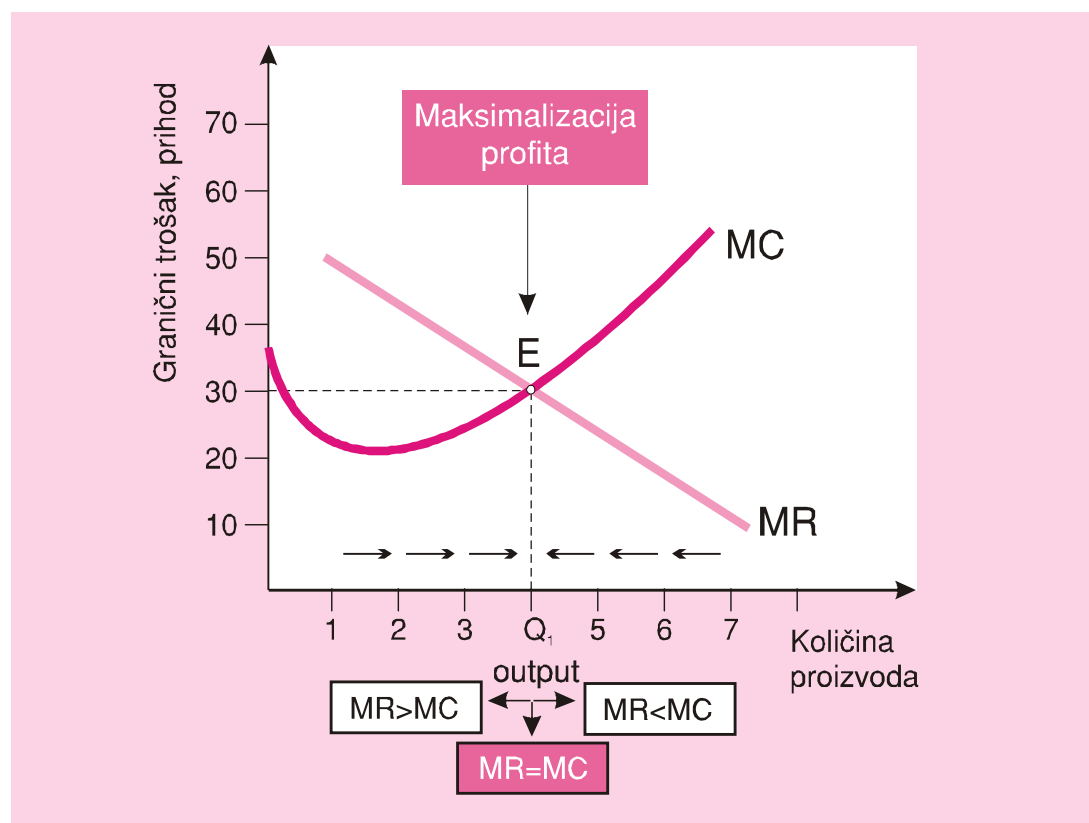
- Za svaku firmu je izuzetno značajna dilema da li na određenom stepenu proizvodnje treba da još više **poveća svoj output**. Odgovor na ovo pitanje zavisi od postojećeg **odnosa između graničnog troška i graničnog prihoda**.

# Ekonomska analiza ukupnih, prosečnih i graničnih troškova; granični trošak, granični prihod i maksimizacija profita



- **Granični prihod (MR)** predstavlja dodatni ukupni prihod, kada se dodatna jedinica outputa proizvede i proda.
- Konstanto opada sa porastom outputa i posle određene jedinice postaje negativan.

# Ekonomska analiza ukupnih, prosečnih i graničnih troškova; granični trošak, granični prihod i maksimizacija profita





## PITANJA:

- Šta je funkcija proizvodnje? Na kojim nivoma se ona može sve definisati?
- Objasnite krive jednakog proizvoda.
- Šta je to izokvanta?
- Kakav je odnos između zakrivljenosti izokvante i granične stope tehničke supstitucije?
- Koja tri segmenta obuhvata zakon o prinosima? Objasnite.
- Objasnite zakon opadajćih prinosa. Nacrtajte grafikon.
- Šta je to tačka saturacije? Prikažite je grafički.

## PITANJA:

- Definišite ukupan, prosečan i graničan proizvod. Napišite njihove formule.
- Objasnite i ilustrujte odnos između ukupnog, prosečnog i graničnog proizvoda.
- Kako se mogu formulirati pravila koja važe za odnose između ukupnog, prosečnog i graničnog proizvoda?
- Zašto kažemo da je tražnja za faktorima proizvodnje izvedena tražnja?
- Kakva povezanost postoji između tržišta faktora proizvodnje i tržišta roba?
- Objasnite pojmove: granični proizvod rada, granični proizvod kapitala, granični proizvod zemlje.
- Da bi preduzeće imalo najniže troškove i ostvarilo maksimani profit, dokle će zapošljavati dodatne faktore proizvodnje?

## PITANJA:

- Objasnite i prikažite grafički ukupne fiksne, ukupne varijabilne i ukupne troškove.
- Objasnite i prikažite preko formula i grafikona prosečne ukupne, prosečne fiksne i prosečne varijabilne troškove.
- Kakav oblik ima kriva graničnog (marginalnog) troška. Nacrtajte i objasnite. Napišite formulu za izražavanje graničnog troška.
- Navedite Vaš primer za slučajeve kada je granični trošak proizvodnje dodatne jedinice proizvoda veoma nizak i kada je veoma visok.
- Nacrtajte grafikon za prelomnu tačku i tačku zatvaranja. Objasnite ekonomski značaj ovih tački.
- Zašto kriva graničnog prihoda stalno opada? Prikažite grafički krivu graničnog prihoda.
- Kada preduzeće maksimizira profit? Nacrtajte i objasnite.



УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА