

TEORIJA VEROVATNOĆE

Grupa 1

18.01.2010. godine

1. Imamo 6 spolja identičnih kutija, od kojih su tri kutije tipa A, dve kutije tipa B i jedna kutija tipa C. Kutije tipa A sadrže po 80 belih i 20 crnih kuglica, kutije tipa B po 70 belih i 30 crnih kuglica, a kutija C 60 belih i 40 crnih kuglica. Na slučajan način se bira jedna kutija, a zatim se iz nje uzima uzorak od 10 kuglica sa vraćanjem. Ako je dobijen uzorak od 6 belih i 4 crne kuglice, odrediti verovatnoću da je izabrana kutija tipa A. (25 poena)

2. U kutiji se nalazi po jedna bela i jedna crna kuglica. Izvlači se jedna po jedna kuglica. Ako je izvučena kuglica crna, ona se vraća u kutiju i dodaju se još tri crne i jedna bela kuglica, a zatim se izvlačenje ponavlja. Izvlačenje se prekida ako se izvuče bela kuglica ili najduže posle petog izvlačenja. Neka je X slučajna promenljiva koja predstavlja broj izvlačenja. Odrediti:
 - a. zakon raspodele slučajne promenljive X (13 poena)
 - b. matematičko očekivanje i disperziju za X (4 poena)
 - c. $E(2X + 8)$ i $\sigma^2(2X + 9)$ (5 poena)
 - d. verovatnoću $P(X \geq E(X))$ (3 poena)

3. Dnevni pazar jedne prodavnice je slučajna promenljiva sa normalnom raspodelom $N(260000, 70000^2)$. Kolika je verovatnoća da u toku pet dana dnevni pazar bude:
 - a) tri dana veći od 290000 (15 poena)
 - b) bar jednog dana veći od 290000 ? (10 poena)

4. Data je funkcija gustine slučajne promenljive (X, Y)
$$f(x, y) = \begin{cases} C, & \text{za } x^2 \leq y \leq x \text{ i } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{za ostale vrednosti } x \text{ i } y \end{cases}$$
 - a) odrediti vrednost nepoznate konstante C (5 poena)
 - b) odrediti marginalne gustine za X i Y (5 poena)
 - c) odrediti regresionu krivu za Y u odnosu na X (12 poena)
 - d) da li su veličine X i Y nezavisne ? (3 poena)

Studentima koji su položili prvi kolokvijum (zadatke i teoriju) se priznaje prvi zadatak sa maksimalnih 25 poena.