

TEORIJA VEROVATNOĆE

Grupa 1

19.01.2009. godine

1. Imamo 6 spolja identičnih kutija, od kojih su tri kutije tipa A, dve kutije tipa B i jedna kutija tipa C. Kutije tipa A sadrže po 80 belih i 20 crnih kuglica, kutije tipa B po 70 belih i 30 crnih kuglica, a kutija C 60 belih i 40 crnih kuglica. Na slučajan način se bira jedna kutija, a zatim se iz nje uzima uzorak od 10 kuglica sa vraćanjem. Ako je dobijen uzorak od 6 belih i 4 crne kuglice, odrediti verovatnoću da je izabrana kutija tipa A. (20 poena)
2. U kutiji se nalazi po jedna bela i jedna crna kuglica. Izvlači se jedna po jedna kuglica. Ako je izvučena kuglica bela, ona se vraća u kutiju i dodaju se još dve bele kuglice, a zatim se izvlačenje ponavlja. Izvlačenje se prekida ako se izvuče crna kuglica ili najduže posle šestog izvlačenja. Neka je X slučajna promenljiva koja predstavlja broj izvlačenja. Odrediti:
- a) zakon raspodele slučajne promenljive X (9 poena)
 - b) matematičko očekivanje i disperziju za X (4 poena)
 - c) $E(3X + 6)$ i $\sigma^2(3X - 7)$ (4 poena)
 - d) verovatnoću $P(X \leq E(X))$ (3 poena)
3. Slučajna promenljiva (X, Y) ima funkciju gustine koja je proporcionalna sa $e^{-x-\frac{y}{2}}$ za $0 < x < \infty$, $0 < y < \infty$, a za ostale vrednosti x i y funkcija gustine $f(x, y) = 0$.
- a) odrediti funkciju gustine za (X, Y) (5 poena)
 - b) odrediti marginalne gustine za X i Y (4 poena)
 - c) izračunati koeficijent korelacije između X i Y (4 poena)
 - d) izračunati verovatnoću $P(Y > X)$ (7 poena)
4. Slučajna promenljiva X ima normalnu raspodelu $N(50, 100)$. Posmatra se slučajna promenljiva Y koja je definisana sa
- $$Y = \begin{cases} 1, & x \leq a \\ 0, & x > a \end{cases}$$
- Odrediti nepoznatu konstantu a tako da očekivana vrednost slučajne promenljive Y bude 0.2. (20 poena)

5. Dati su podaci koji predstavljaju vek trajanja određenog tipa kondenzatora (u časovima);

6800	6200	7100	7290	6000	9130	11500	8900	9310	6400
7520	9040	8020	10500	11800	6900	8340	7200	10880	8910
7330	8380	7500	8990	10680	7400	9640	10960	9800	8520
9990	7466	8800	9200	7980	8100	7280	7830	7300	7700

- a) srediti podatke u intervalnu klasifikaciju sa širinom intervala 1000 (4 poena)
- b) izračunati sve mere varijabiliteta (12 poena)
- c) na histogramu relativnih frekvencija grafički predstaviti kvartile. (4 poena)

TEORIJA VEROVATNOĆE

Grupa 2

19.01.2009. godine

1. Imamo 12 spolja identičnih kutija, od kojih su 6 kutije tipa A, 4 kutije tipa B i 2 kutije tipa C. Kutije tipa A sadrže po 80 belih i 20 crnih kuglica, kutije tipa B po 70 belih i 30 crnih kuglica, a kutije tipa C 60 belih i 40 crnih kuglica. Na slučajan način se bira jedna kutija, a zatim se iz nje uzima uzorak od 10 kuglica sa vraćanjem. Ako je dobijen uzorak od 6 belih i 4 crne kuglice, odrediti verovatnoću da je izabrana kutija tipa A. (20 poena)
2. U kutiji se nalazi po jedna bela i jedna crna kuglica. Izvlači se jedna po jedna kuglica. Ako je izvučena kuglica crna, ona se vraća u kutiju i dodaju se još dve crne kuglice, a zatim se izvlačenje ponavlja. Izvlačenje se prekida ako se izvuče bela kuglica ili najduže posle šestog izvlačenja. Neka je X slučajna promenljiva koja predstavlja broj izvlačenja. Odrediti:
- a) zakon raspodele slučajne promenljive X (9 poena)
 - b) matematičko očekivanje i disperziju za X (4 poena)
 - c) $E(2X + 8)$ i $\sigma^2(2X + 9)$ (4 poena)
 - d) verovatnoću $P(X \geq E(X))$ (3 poena)
3. Slučajna promenljiva (X, Y) ima funkciju gustine koja je proporcionalna sa $e^{-x-\frac{y}{2}}$ za $0 < x < \infty$, $0 < y < \infty$, a za ostale vrednosti x i y funkcija gustine $f(x, y) = 0$.
- a) odrediti funkciju gustine za (X, Y) (5 poena)
 - b) odrediti marginalne gustine za X i Y (4 poena)
 - c) izračunati koeficijent korelacije između X i Y (4 poena)
 - d) izračunati verovatnoću $P(Y < X)$ (7 poena)
4. Slučajna promenljiva X ima normalnu raspodelu $N(50, 100)$. Posmatra se slučajna promenljiva Y koja je definisana sa

$$Y = \begin{cases} 2, & x \leq a \\ 0, & x > a \end{cases}$$

Odrediti nepoznatu konstantu a tako da očekivana vrednost slučajne promenljive Y bude 0.4.

(20 poena)

5. Izvršeno je 50 merenja vremena reakcije jednog čoveka i dobijeni su sledeći rezultati (u hiljaditim delovima sekunde) :

196	173	186	189	173	165	167	160	140	174
180	151	157	164	154	169	190	180	163	157
163	167	165	160	177	165	157	177	159	175
166	173	185	177	184	183	184	162	192	174
162	165	172	158	169	146	170	171	169	168

- a) Formirati raspodelu apsolutnih i relativnih frekvencija (4 poena)
- b) Odrediti modus, medijanu i aritmetičku sredinu (8 poena)
- c) Izračunati koeficijent varijacije i prvi Pirsonov koeficijent (8 poena)

TEORIJA VEROVATNOĆE

Grupa 3

19.01.2009. godine

1. Slučajna promenljiva (X,Y) ima funkciju gustine koja je proporcionalna sa $e^{-x-\frac{y}{2}}$ za $0 < x < \infty, 0 < y < \infty$, a za ostale vrednosti x i y funkcija gustine $f(x,y)=0$.
- a) odrediti funkciju gustine za (X,Y) (5 poena)
 - b) odrediti marginalne gustine za X i Y (4 poena)
 - c) izracunati koeficijent korelacije izmedju X i Y (4 poena)
 - d) izracunati verovatnocu $P(Y>X)$ (7 poena)

2. U kutiji se nalazi po jedna bela i jedna crna kuglica. Izvlači se jedna po jedna kuglica. Ako je izvučena kuglica bela, ona se vraća u kutiju i dodaju se još dve bele kuglice, a zatim se izvlačenje ponavlja. Izvlačenje se prekida ako se izvuče crna kuglica ili najduže posle šestog izvlačenja. Neka je X slučajna promenljiva koja predstavlja broj izvlačenja. Odrediti:

- a) zakon raspodele slučajne promenljive X (9 poena)
- b) prvi običan i drugi centralni momenat za X (4 poena)
- c) $E(3X + 4)$ i $\sigma^2(3X - 2)$ (4 poena)
- d) verovatnoću $P(X \leq E(X))$ (3 poena)

3. Slučajna promenljiva X ima normalnu raspodelu $N(50,100)$. Posmatra se slučajna promenljiva Y koja je definisana sa

$$Y = \begin{cases} 3, & x \leq a \\ 0, & x > a \end{cases}$$

Odrediti nepoznatu konstantu a tako da očekivana vrednost slučajne promenljive Y bude 0.6. (20 poena)

4. Dati su podaci koji predstavljaju vek trajanja određenog tipa kondenzatora (u časovima);

6800	6200	7100	7290	6000	9130	11500	8900	9310	6400
7520	9040	8020	10500	11800	6900	8340	7200	10880	8910
7330	8380	7500	8990	10680	7400	9640	10960	9800	8520
9990	7466	8800	9200	7980	8100	7280	7830	7300	7700

- a) srediti podatke u intervalnu klasifikaciju sa širinom intervala 1000 (4 poena)
- b) izračunati sve mere varijabiliteta (12 poena)
- c) na histogramu relativnih frekvencija grafički predstaviti kvartile. (4 poena)

5. Imamo 6 spolja identičnih kutija, od kojih su tri kutije tipa A, dve kutije tipa B i jedna kutija tipa C. Kutije tipa A sadrže po 80 belih i 20 crnih kuglica, kutije tipa B po 70 belih i 30 crnih kuglica, a kutija C 60 belih i 40 crnih kuglica. Na slučajan način se bira jedna kutija, a zatim se iz nje uzima uzorak od 10 kuglica sa vraćanjem. Ako je dobijen uzorak od 6 belih i 4 crne kuglice, odrediti verovatnoću da je izabrana kutija tipa B. (20 poena)

TEORIJA VEROVATNOĆE

Grupa 4

19.01.2009. godine

1. Slučajna promenljiva X ima normalnu raspodelu $N(50,100)$. Posmatra se slučajna promenljiva Y koja je definisana sa

$$Y = \begin{cases} 4, & x \leq a \\ 0, & x > a \end{cases}$$

Odrediti nepoznatu konstantu a tako da očekivana vrednost slučajne promenljive Y bude 0.8.

(20 poena)

2. Izvršeno je 50 merenja vremena reakcije jednog čoveka i dobijeni su sledeći rezultati (u hiljaditim delovima sekunde) :

196	173	186	189	173	165	167	160	140	174
180	151	157	164	154	169	190	180	163	157
163	167	165	160	177	165	157	177	159	175
166	173	185	177	184	183	184	162	192	174
162	165	172	158	169	146	170	171	169	168

- a) Formirati raspodelu apsolutnih i relativnih frekvencija (4 poena)
b) Odrediti modus, medijanu i aritmetičku sredinu (8 poena)
c) Izračunati koeficijent varijacije i drugi Pirsonov koeficijent (8 poena)

3. U kutiji se nalazi po jedna bela i jedna crna kuglica. Izvlači se jedna po jedna kuglica. Ako je izvučena kuglica crna, ona se vraća u kutiju i dodaju se još dve crne kuglice, a zatim se izvlačenje ponavlja. Izvlačenje se prekida ako se izvuče bela kuglica ili najduže posle šestog izvlačenja. Neka je X slučajna promenljiva koja predstavlja broj izvlačenja. Odrediti:

- a) zakon raspodele slučajne promenljive X (9 poena)
b) matematičko očekivanje i disperziju za X (4 poena)
c) $E(5X + 2)$ i $\sigma^2(4X + 3)$ (4 poena)
d) verovatnoću $P(X \geq E(X))$ (3 poena)

4. Slučajna promenljiva (X,Y) ima funkciju gustine koja je proporcionalna sa $e^{-x-\frac{y}{2}}$ za $0 < x < \infty$, $0 < y < \infty$, a za ostale vrednosti x i y funkcija gustine $f(x,y)=0$.

- a) odrediti funkciju gustine za (X,Y) (5 poena)
b) odrediti marginalne gustine za X i Y (4 poena)
c) izračunati koeficijent korelacije između X i Y (4 poena)
d) izračunati verovatnosc $P(Y < X)$ (7 poena)

5. Imamo 12 spolja identičnih kutija, od kojih su 6 kutije tipa A, 4 kutije tipa B i 2 kutije tipa C. Kutije tipa A sadrže po 80 belih i 20 crnih kuglica, kutije tipa B po 70 belih i 30 crnih kuglica, a kutije tipa C 60 belih i 40 crnih kuglica. Na slučajan način se bira jedna kutija, a zatim se iz nje uzima uzorak od 10 kuglica sa vraćanjem. Ako je dobijen uzorak od 6 belih i 4 crne kuglice, odrediti verovatnoću da je izabrana kutija tipa C. (20 poena)